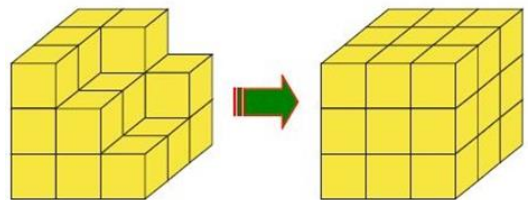


13^ο φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

Ερώτηση 1

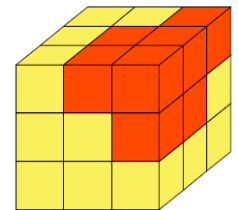
Πόσοι μικροί κύβοι χρειάζονται για να συμπληρωθεί το αριστερό σχήμα για να γίνει ίδιο με τον μεγάλο κύβο δεξιά;



- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 Ε) 9

Λύση

Χρειάζονται 7 μικροί κύβοι για να συμπληρωθεί το αριστερό σχήμα. Στην εικόνα φαίνονται με κόκκινο οι κύβοι που λείπουν.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 2

Στον πολλαπλασιασμό που εμφανίζεται δίπλα, τα ψηφία 1 έως 9 χρησιμοποιούνται από μία φορά το καθένα. Με πόσο ισούται το Λ;

$$\begin{array}{r} \text{K} \text{ } \Lambda \text{ } \text{M} \\ \times \quad \text{N} \text{ } \text{P} \\ \hline 7 \text{ } 6 \text{ } 3 \text{ } 2 \end{array}$$

- A) 1 B) 4 Γ) 5 Δ) 8 Ε) 9

Λύση

Οι αριθμοί είναι: K=1, Λ=5, M=9, N=4 και P=8, ώστε να γίνεται η πράξη όπως στο σχήμα.

$$\begin{array}{r} 1 \text{ } 5 \text{ } 9 \\ \times \quad 4 \text{ } 8 \\ \hline 7 \text{ } 6 \text{ } 3 \text{ } 2 \end{array}$$

Σωστό το Γ

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Ερώτηση 3

Η μύτη του Πινόκιο είχε αρχικά μήκος τρία εκατοστά. Κάθε φορά που ο Πινόκιο έλεγε ψέματα, το μήκος της μύτης του διπλασιαζόταν. Αν ο Πινόκιο είπε έξι φορές ψέματα πόσο μήκος είχε η μύτη του;

- A) 18 εκατοστά B) 96 εκατοστά Γ) 182 εκατοστά
 Δ) 192 εκατοστά E) 384 εκατοστά

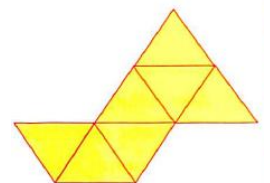
Λύση

Την πρώτη φορά που είπε ψέματα ο Πινόκιο, και η μύτη του διπλασιάστηκε, έγινε $2 \times 3 = 6$ εκατοστά. Τη δεύτερη έγινε $2 \times 6 = 12$ εκατοστά, την τρίτη $2 \times 12 = 24$ εκατοστά, την τέταρτη $2 \times 24 = 48$ εκατοστά, την πέμπτη $2 \times 48 = 96$ εκατοστά και την έκτη $2 \times 96 = 192$ εκατοστά.

Σωστό το Δ

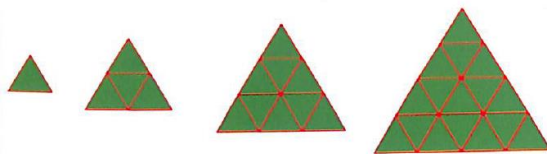
Ερώτηση 4

Η Νιόβη έχει τριγωνικά πλακάκια που είναι ίδια μεταξύ τους. Χρησιμοποιώντας τα πλακάκια θέλει να κατασκευάσει ένα τρίγωνο. Ήδη τοποθέτησε μερικά πλακάκια, όπως δείχνει η εικόνα. Πόσα ακόμα πλακάκια το λιγότερο θα χρειαστεί για να μπορέσει να συνεχίσει την κατασκευή της μέχρι να φτιάξει τρίγωνο;

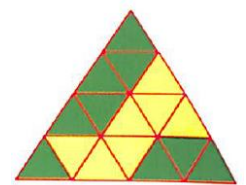


- A) 5 B) 9 Γ) 12 Δ) 15 E) 18

Λύση



Με τα τριγωνικά πλακάκια η Νιόβη μπορεί να κατασκευάσει τρίγωνα όπως τα εικονιζόμενα. Αποτελούνται από 1, 4, 9, 16...

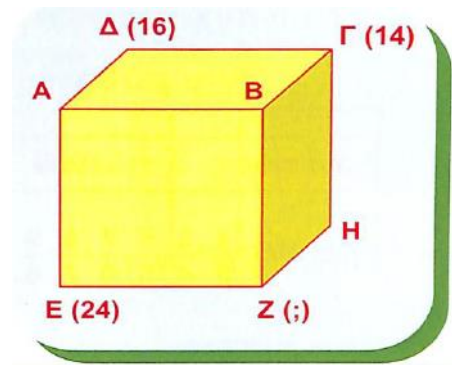


και λοιπά τριγωνικά πλακάκια. Ήδη η Νιόβη κατασκεύασε ένα τμήμα της κατασκευής, το οποίο αποτελείται από 7 πλακάκια. Το μικρότερο δυνατό τρίγωνο που μπορεί να φτιάξει από εδώ και πέρα είναι το τέταρτο με τα 16 πλακάκια. Η εικόνα δείχνει πως μπορεί να τοποθετήσει τα $16 - 7 = 9$ πλακάκια που της λείπουν για να ολοκληρώσει την κατασκευή της.

Σωστό το B

Ερώτηση 5

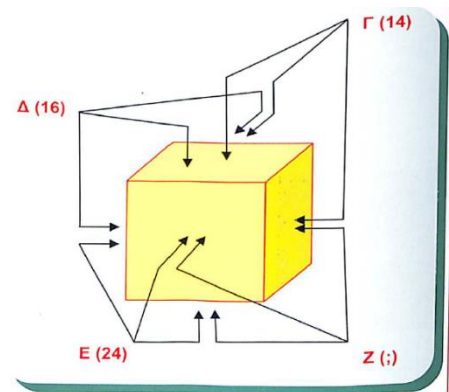
Σε κάθε έδρα ενός κύβου είναι γραμμένος ένας αριθμός. Ο Αρχιμήδης έγραψε σε κάθε κορυφή το άθροισμα των τριών αριθμών στις έδρες που περιέχουν την κορυφή αυτή (για παράδειγμα, στην κορυφή Β έγραψε το άθροισμα των αριθμών στις έδρες ΒΓΔΑ, ΒΑΕΖ και ΒΖΗΓ). Τώρα στις κορυφές Γ, Δ και Ε είναι γραμμένοι οι αριθμοί 14, 16 και 24, αντίστοιχα. Ποιος αριθμός πρέπει να γραφτεί στην κορυφή Ζ;



- A) 15 B) 19 Γ) 22 Δ) 24 Ε) 26

Λύση

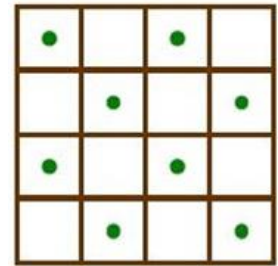
Ο κύβος έχει 6 έδρες. Παρατηρούμε ότι οι 3 έδρες που έχουν το Γ ως κοινή κορυφή είναι διαφορετικές από τις 3 έδρες που έχουν το Ε ως κοινή κορυφή. Άρα το άθροισμα $14 + 24 = 38$ ισούται με το άθροισμα των αριθμών σε όλες (και τις 6) έδρες του κύβου. Το ίδιο άθροισμα προέρχεται και από τις 6 έδρες που έχουν ως κοινές κορυφές τις Δ ή Ζ. Αλλά το 16 είναι ήδη γραμμένο στη Δ, άρα στη Ζ είναι γραμμένο το $38 - 16 = 22$.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 6

Στο διπλανό τετράγωνο είναι σχεδιασμένες μερικές κουκκίδες. Θέλουμε να τοποθετήσουμε ένα από τα παρακάτω πέντε σχήματα πάνω στο τετράγωνο με σκοπό να καλύψουμε όσο γίνεται περισσότερες από τις κουκκίδες. Ποιο από τα σχήματα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε;



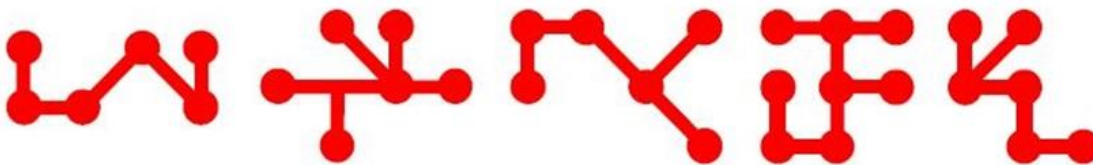
A)

B)

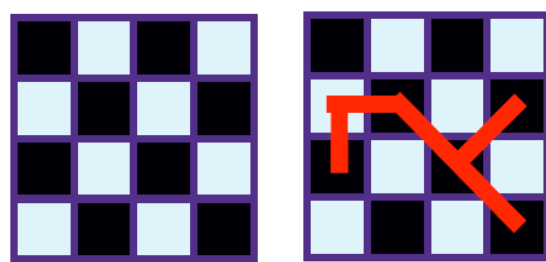
Γ)

Δ)

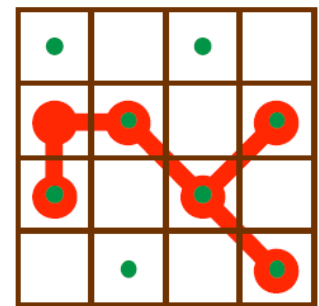
Ε)



Λύση



Στο σχήμα αριστερά έχουμε βάψει με μαύρο χρώμα τα τετράγωνα που περιέχουν κουκκίδα, για να είναι πιο ορατή η κατάσταση. Το σχήμα (Γ)



μπορεί να τοποθετηθεί έτσι ώστε να καλύπτει πέντε κουκκίδες, όπως φαίνεται στο σχήμα δεξιά. Όλα τα άλλα σχήματα καλύπτουν το πολύ 4 κουκκίδες. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε με δοκιμές αλλά ένας ενδιαφέρον συλλογισμός που το δείχνει αυτό χωρίς να κάνουμε δοκιμές είναι ο εξής (δείτε το πρόβλημα 17 για έναν παρόμοιο συλλογισμό): Παρατηρούμε ότι οποιαδήποτε δύο μαύρα τετράγωνα δεν έχουν κοινή πλευρά. Κάθε ένα από τα σχήματα (A), (B), (Δ) και (Ε), όταν τοποθετηθούν στο ασπρόμαυρο τετράγωνο αριστερά, καλύπτει μερικά άσπρα και μερικά μαύρα τετράγωνα. Εξετάζοντας όμως τα σχήματα αυτά διαπιστώνουμε ότι καλύπτουν το πολύ 4 μαύρα τετράγωνα γιατί αν χρωματίσουμε σωστά τους μικρούς κύκλους στα σχήματα, βλέπουμε ότι μερικοί από αυτούς είναι υποχρεωτικά άσπροι (όσοι βρίσκονται στην διπλανή θέση οριζόντια ή κάθετα σε μαυρισμένο κύκλο). Με κάθε τέτοιο χρωματισμό των σχημάτων (για το καθένα υπάρχουν ακριβώς δύο) οι μαυρισμένοι κύκλοι είναι το πολύ 4, εκτός της περίπτωσης του σχήματος (Γ) που είναι 5.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 7

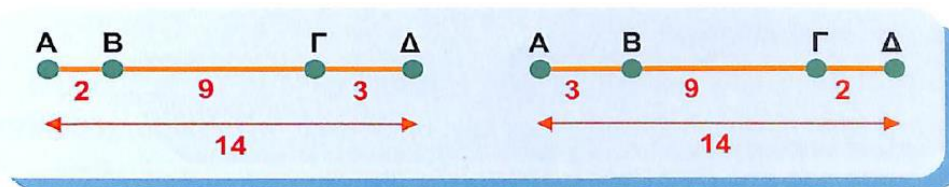
Τέσσερα σημεία βρίσκονται σε μια ευθεία. Οι μεταξύ τους αποστάσεις, από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη, είναι 2 μ, 3 μ, 5 μ, 11 μ, 12 μ και 14 μ, όπου το ερωτηματικό αντιστοιχεί σε μια άγνωστη απόσταση. Ποιος αριθμός πρέπει να τοποθετηθεί στη θέση του ερωτηματικού;

- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 Ε) 9

Λύση



Στο διπλανό σχήμα μεταξύ των σημείων K, M υπάρχει άλλο ένα σημείο το Λ. Το KM είναι μεγαλύτερο από το KΛ αλλά και από το ΛM. Επομένως μεταξύ των σημείων που απέχουν απόσταση 2 μ. δεν μπορεί να παρεμβάλλεται άλλο σημείο γιατί τότε θα υπήρχαν δύο ζεύγη σημείων με μικρότερες αποστάσεις μεταξύ τους. Όμοια μεταξύ των σημείων που απέχουν απόσταση 3 μ. Αν λοιπόν τα τέσσερα σημεία είναι τα A, B, Γ, Δ τότε μία από τις αποστάσεις AB, BΓ, ΓΔ που δεν γνωρίζουμε ακόμα, είναι $14 - 2 - 3 = 9$ μ.



Σωστό το Ε

Ερώτηση 8

Σε μία παρέα μαθητών, 7 από τα παιδιά διαβάζουν Μαθηματικά κάθε μέρα ενώ τα υπόλοιπα 9 διαβάζουν Μαθηματικά κάθε δύο μέρες. Χθες διάβασαν Μαθηματικά 13 από αυτά τα παιδιά. Πόσα θα διαβάσουν Μαθηματικά σήμερα;

- A) 7 B) 8 Γ) 9 Δ) 10 Ε) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε

Λύση

Γνωρίζουμε ότι 7 από τα παιδιά διαβάζουν Μαθηματικά κάθε μέρα. Άρα χθες $13 - 7 = 6$ παιδιά διάβασαν Μαθηματικά κάθε δεύτερη μέρα. Σήμερα, $9 - 6 = 3$ παιδιά διαβάζουν Μαθηματικά κάθε δεύτερη μέρα. Άρα σήμερα διαβάζουν Μαθηματικά $7 + 3 = 10$ παιδιά.

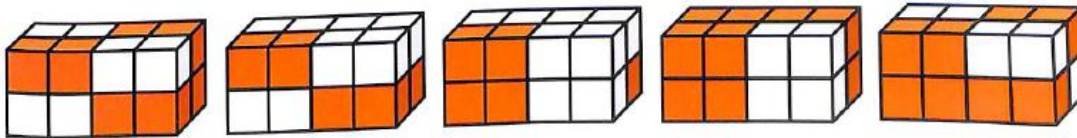
Σωστό το Δ

Ερώτηση 9

Ένας κτίστης έχει μερικά δίχρωμα τούβλα όπως το διπλανό. Με 4 τέτοια τούβλα έκτισε ένα από τα παρακάτω σχήματα. Ποιο είναι αυτό που έκτισε;

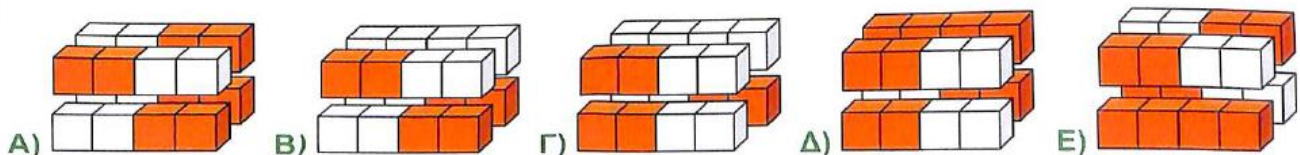


A) B) Γ) Δ) E)



Λύση

Ο κτίστης μπορεί να κτίσει το τούβλο Α. Αναλυτικά οι κατασκευές είναι:



Σωστό το Α

Ερώτηση 10

Η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι 30 μ. Τα μικρά ορθογώνια έχει περίμετρο 10 μ. και οι άξονες συμμετρίας του περιέχουν το σημείο Α. Πόσο είναι το μήκος της εξωτερικής μαύρης γραμμής;

- A) 45 μ. B) 40 μ. Γ) 35 μ. Δ) 30 μ
E) δεν μπορούμε να ξέρουμε



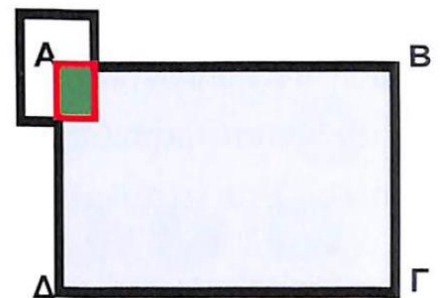
Λύση

Αν στη μαύρη γραμμή προσθέσουμε την κόκκινη, δηλαδή την περίμετρο του ΑΕΖΗ (πράσινο ορθογώνιο στο σχήμα) θα βρούμε το άθροισμα των περιμέτρων των δύο αρχικών ορθογωνίων, που είναι $30+10=40$ μ. Οπότε μένει να υπολογίσουμε την περίμετρο του



πράσινου ορθογωνίου ΑΕΖΗ και να την αφαιρέσουμε από το 40. Παρατηρώντας το σχήμα διαπιστώνουμε ότι οι διαστάσεις του ΑΕΖΗ που σχηματίζεται από τους άξονες συμμετρίας είναι οι μισές του αρχικού ορθογωνίου που το περιέχει, οπότε έχει περίμετρο $10:2=5$.

Τελικά το μήκος της μαύρης γραμμής είναι $40 - 5 = 35$ μ.



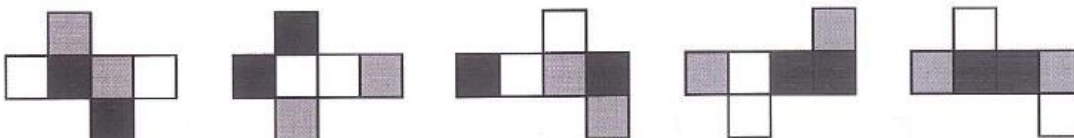
Σωστό το Γ

Ερώτηση 11

Οι έδρες ενός κύβου είναι βαμμένες άσπρες, γκρι ή μαύρες. Οποιοσδήποτε δύο απέναντι έδρες του κύβου έχουν διαφορετικό χρώμα. Ποιο από τα παρακάτω αποκλείεται να είναι το ανάπτυγμα του κύβου;



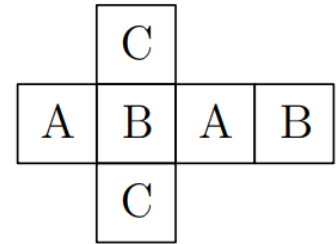
- A) B) Γ) Δ) E)



Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Λύση

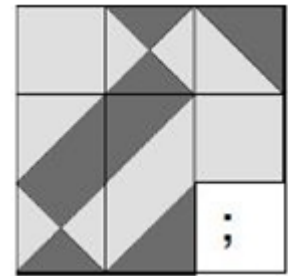
Για να βρούμε τη σωστή απάντηση σε αυτό το πρόβλημα, πρέπει πρώτα να έχουμε μια καλή κατανόηση του πώς οι έδρες "διπλώνονται" στον κύβο και ποιες έδρες είναι απέναντι από κάποιες άλλες. Η Ε) επιλογή αποκλείεται διότι οι απέναντι έδρες με το γράμμα C έχουν άσπρο χρώμα, ενώ πρέπει οποιεσδήποτε δύο απέναντι έδρες του κύβου έχουν διαφορετικό χρώμα.



Σωστό το Ε

Ερώτηση 12

Ποιο πλακάκι πρέπει να προστεθεί στην κάτω γωνία του σχήματος ώστε η ανοιχτόχρωμη περιοχή να έχει ίσο εμβαδό με την σκουρόχρωμη;



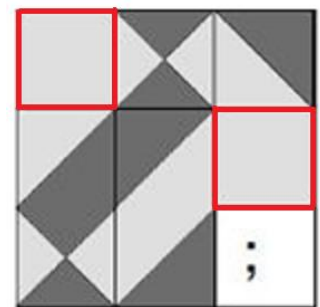
A) B) Γ) Δ)



E) Το ζητούμενο είναι αδύνατο

Λύση

Σε όλα τα πλακάκια του σχήματος εκτός από τα σημειωμένα στο διπλανό σχήμα η ανοιχτόχρωμη περιοχή έχει ακριβώς το ίδιο εμβαδόν με τη σκουρόχρωμη. Συνεπώς, δεν μπορούμε να τοποθετήσουμε κανένα πλακάκι ώστε η ανοιχτόχρωμη περιοχή να έχει ίσο εμβαδό με την σκουρόχρωμη.



Σωστό το Ε