

18<sup>ο</sup> φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

## Απαντήσεις

## Ερώτηση 1

Ο Ντίνος υπολόγισε πόσο κάνει η παράσταση

$$2009 - 2008 + 2007 - 2006 + \dots + 5 - 4 - 3 - 2 + 1$$

και η Ντίνα υπολόγισε πόσο κάνει η παράσταση

$$2008 - 2007 + 2006 - 2005 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1.$$

Πόσο είναι το άθροισμα των αποτελεσμάτων που βρήκε ο Ντίνος και η Ντίνα;

A) 1004    B) 2006    Γ) 2009    Δ) 4017

E) κανένα από τα προηγούμενα

## Λύση

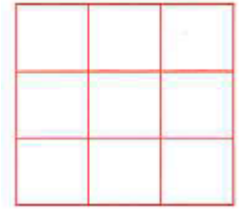
Το άθροισμα των δύο αποτελεσμάτων είναι:

$$\begin{aligned} & (2009 - 2008 + 2007 - 2006 + \dots + 5 - 4 - 3 - 2 + 1) \\ & \quad + (2008 - 2007 + 2006 - 2005 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1) \\ & = 2009 + (2008 - 2008) + (2007 - 2007) + \dots + (4 - 4) - 3 - 3 + (2 - 2) \\ & \quad + (1 - 1) = 2009 - 6 = 2003 \end{aligned}$$

**Σωστό το E**

## Ερώτηση 2

Ο Ερμής έγραψε τους αριθμούς 1 έως 9, χωρίς να παραλείψει κανέναν, στα εννέα κουτάκια ενός 3x3 τετραγώνου. Σε κάθε κουτάκι έγραψε από έναν αριθμό. Μετά πρόσθεσε τους τρεις αριθμούς σε κάθε γραμμή και σε κάθε στήλη του σχήματος. Τα πέντε από τα έξι αθροίσματα που βρήκε ήταν 12, 13, 15, 16 και 17, με κάποια σειρά. Ποιο είναι το έκτο άθροισμα;



- A) 17      B) 16      Γ) 15      Δ) 14      Ε) 13

### Λύση

Το συνολικό άθροισμα των 3 γραμμών του πίνακα είναι ίσο με το άθροισμα των ψηφίων από το 1 έως 9, που είναι 45. Άρα  $45+45=90$ . Το άθροισμα των 5 απαντήσεων είναι  $12+13+15+16+17=73$ . Άρα  $90 - 73 = 17$

Σωστό το Α

## Ερώτηση 3

Ένα χαλασμένο κομπιουτεράκι δεν δείχνει το ψηφίο 1. Για παράδειγμα, αν πληκτρολογήσουμε τον αριθμό 3131, τότε εμφανίζεται στην οθόνη ο αριθμός 33, χωρίς κενά. Ο Μιχάλης πληκτρολόγησε έναν 6-ψήφιο αριθμό στο κομπιουτεράκι, αλλά εμφανίστηκε μόνο ο 2007 στην οθόνη. Πόσους διαφορετικούς αριθμούς θα μπορούσε να είχε πληκτρολογήσει ο Μιχάλης;

- A) 12      B) 13      Γ) 14      Δ) 15      Ε) 16

### Λύση

Σύμφωνα με τις πληροφορίες που δίνονται, δύο ψηφία 1, λείπουν από τον αριθμό που πληκτρολόγησε ο Μιχάλης. Υπάρχουν 6 δυνατές θέσεις για τα ψηφία. Κάθε επιλογή δύο από αυτών πρέπει να συμπληρωθεί με 1 υπό την προϋπόθεση στις 4 θέσεις που απομένουν ο Μιχάλης πληκτρολόγησε 2,0,0 και 7 με αυτή τη σειρά. Συνεπώς η αρχική ερώτηση είναι ισοδύναμη με την ερώτηση: Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να διαλέξουμε δύο θέσεις από τις 6;

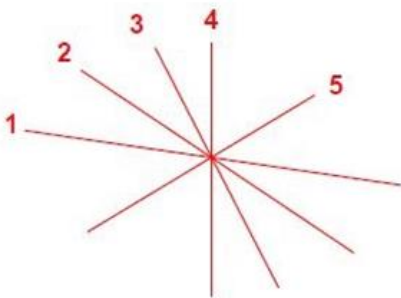
Για την πρώτη θέση, έχουμε 6 επιλογές. Για τη δεύτερη θέση μπορούμε να διαλέξουμε οποιαδήποτε από τις 5 θέσεις που απομένουν. Άρα ο αριθμός των διαφορετικών πιθανών επιλογών για το ζεύγος είναι  $6 \times 5 = 30$ . Αφού και οι δύο

θέσεις έχουν τον αριθμό 1 δεν μπορούμε να τις διακρίνουμε με τη σειρά τους (π.χ. η θέση που ορίζεται από την 1<sup>η</sup> επιλογή, η 2<sup>η</sup> θα είναι η ίδια με την 2<sup>η</sup> επιλογή).

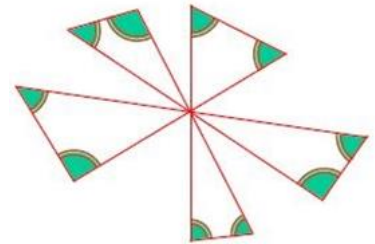
Άρα ο ακριβής αριθμός των διαφορετικών πιθανών αριθμών είναι 15.

Σωστό το Δ

#### Ερώτηση 4



Η μικρή Τασία ζωγράφισε έναν περίεργο ανεμόμυλο. Ξεκίνησε ζωγραφίζοντας 5 ευθείες που περνάνε από το ίδιο σημείο και μετά τις ένωσε με κάποιες μικρότερες γραμμές. Έτσι σχηματίστηκαν 5 τρίγωνα που έχουν



κοινή μια κορυφή. Πόσο είναι το άθροισμα των άλλων 10 γωνιών των 5 αυτών τριγώνων;

- A) 360°    B) 540°    Γ) 720°    Δ) 900°    E) άλλη απάντηση

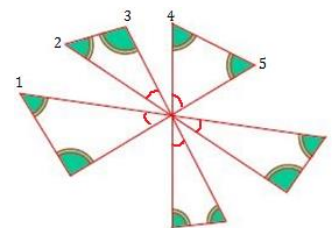
#### Λύση

Οι γωνίες με κόκκινο είναι  $360:10=36^\circ$

Όμως οι δοθείσες γωνίες είναι ίσες και τα αντίστοιχα τρίγωνα ισοσκελή, οπότε η κάθε γωνία είναι:

$$\frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$$

Άρα το άθροισμα των γωνιών είναι  $180^\circ \cdot 5 = 900^\circ$



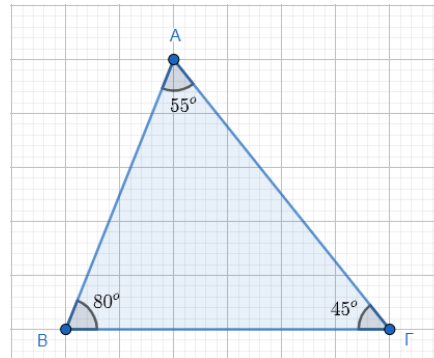
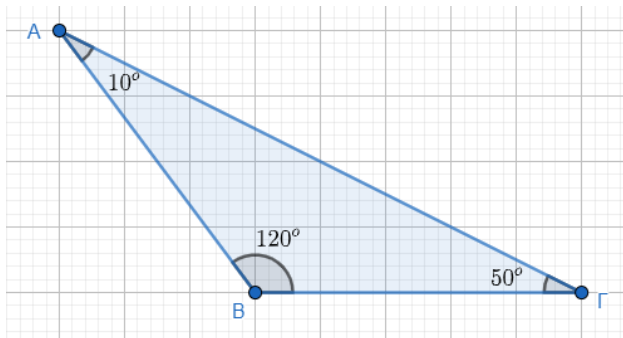
Σωστό το Δ

### Ερώτηση 5

Ο Νίκος ζωγράφησε ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο. Οι τέσσερις από τις γωνίες των δύο τριγώνων ήταν  $120^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $55^\circ$  και  $10^\circ$ . Πόσες μοίρες είναι η μικρότερη γωνία του οξυγώνιου τριγώνου;

- A)  $5^\circ$       B)  $10^\circ$       Γ)  $45^\circ$       Δ)  $55^\circ$       E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

### Λύση



Άρα η μικρότερη γωνία του οξυγώνιου τριγώνου είναι  $45^\circ$

**Σωστό το Γ**

### Ερώτηση 6

Στο έδαφος είναι γραμμένοι οι φυσικοί αριθμοί από το 1 μέχρι το 9. Ο πολυμήχανος Οδυσσέας είπε τότε στον Κύκλωπα «*θα σβήσω τέσσερις από τους αριθμούς. Αν από τους υπόλοιπους πέντε δεν μπορείς να διαλέξεις τρεις που έχουν άθροισμα κάποιον άρτιο αριθμό, τότε θα με αφήσεις ελεύθερο*». Ο Κύκλωπας συμφώνησε.

Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών που πρέπει να επιλέξει ο Οδυσσέας;

- A) 18      B) 19      Γ) 20      Δ) 21  
E) υπάρχουν πάνω από ένας τρόποι να πετύχει τον στόχο του ο Οδυσσέας

### Λύση

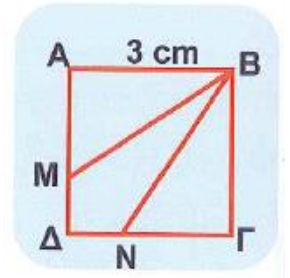
Ο Οδυσσέας έσβησε τους αριθμούς 2,4,6,8 οι οποίοι έχουν άθροισμα  $2+4+6+8=20$ . Οι υπόλοιποι αριθμοί είναι 3,5,7,9,1 από τους οποίους αν διαλέξουμε 3 αριθμούς δεν θα βρούμε άρτιο αριθμό ως αποτέλεσμα.

**Σωστό το Γ**

### Ερώτηση 7

Ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά μήκους 3 cm. Τα σημεία Μ και Ν είναι στις πλευρές ΑΔ και ΓΔ έτσι ώστε οι ΒΜ και ΒΝ να χωρίζουν το τετράγωνο σε τρία μέρη με ίσα εμβαδά. Πόσο είναι το μήκος ΑΜ;

- A) 0,5 cm    B) 1 cm    Γ) 1,5 cm    Δ) 2 cm    Ε) 2,5 cm



### Λύση

Το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι  $Εμβ_{ΑΒΓΔ} = ΑΒ \cdot ΑΔ = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$

Επειδή το τετράγωνο ΑΒΓΔ χωρίζεται σε τρία τρίγωνα που έχουν το ίδιο εμβαδόν, κάθε τρίγωνο θα έχει εμβαδόν  $9:3=3 \text{ cm}^2$ .

Στο τρίγωνο ΑΒΜ ισχύει ότι:

$$Εμβ_{ΑΒΜ} = \frac{1}{2} ΑΒ \cdot ΑΜ \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot ΑΜ \Rightarrow 3 \cdot ΑΜ = 6 \Rightarrow ΑΜ = 2 \text{ cm}$$

**Σωστό το Δ**

### Ερώτηση 8

Η Αθηνά και η Σοφία ανταγωνίζονται στα Μαθηματικά προσπαθώντας να λύσουν τα 50 προβλήματα που έχει το βιβλίο. Όποια λύσει πρώτη ένα πρόβλημα παίρνει 4 πόντους και όποια το λύσει δεύτερη παίρνει 1 πόντο. Στο τέλος η καθεμιά έλυσε από 30 προβλήματα. Μαζί είχαν συνολικά 165 πόντους. Πόσα από τα προβλήματα τα έλυσαν και οι δύο;

- A) 28    B) 27    Γ) 26    Δ) 25    Ε) 2

### Λύση

Αν η Αθηνά και η Σοφία δεν είχαν κοινό πρόβλημα τότε θα είχαν πάρει  $4 \times 60 = 240$  πόντους. Τώρα που έχουν κοινά προβλήματα έχουν 165 πόντους.

Άρα  $240 - 165 = 75$  πόντους η διαφορά.

Αν η Αθηνά και η Σοφία δεν είχαν κοινό πρόβλημα τότε αν απαντούσαν σωστά σε μία ερώτηση και οι 2, θα είχαν  $4+4=8$  πόντους.

Τώρα που έχουν κοινά προβλήματα αν απαντήσουν σωστά σε μία ερώτηση και οι 2, θα έχουν  $4+1=5$  πόντους.

Άρα και οι 2 έλυσαν  $75:3=25$  προβλήματα.

Σωστό το Δ

### Ερώτηση 9

Το γινόμενο  $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{9}{8}$  ισούται με

- A)  $\frac{4}{3}$       B)  $\frac{20}{12}$     Γ)  $\frac{456789}{345678}$       Δ) 3      Ε) κανένα από τα προηγούμενα

### Λύση

Έχουμε:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{9}{8} = \frac{9}{5}$$

Σωστό το Ε

### Ερώτηση 10

Ο Αλέκος και η Βάσω μαζί ζυγίζουν λιγότερο από ότι ο Γιάννης και η Δανάη μαζί. Ο Γιάννης και η Έλλη μαζί ζυγίζουν λιγότερο από ότι η Ζωή και η Βάσω μαζί. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις είναι βέβαιο ότι είναι σωστή;

- A) Ο Αλέκος και η Έλλη μαζί ζυγίζουν λιγότερο από ότι η Ζωή και η Δανάη μαζί.  
B) Η Δανάη και η Έλλη μαζί ζυγίζουν περισσότερο από ότι η Γιάννα και η Ζωή μαζί.  
Γ) Η Δανάη και η Ζωή μαζί ζυγίζουν περισσότερο από ότι ο Αλέκος και η Γιάννα μαζί.  
Δ) Ο Αλέκος και ο Βασίλης μαζί ζυγίζουν λιγότερα από ότι η Γιάννα και η Ζωή μαζί.  
Ε) Ο Αλέκος, ο Βασίλης και η Γιάννα μαζί ζυγίζουν όσο η Δανάη, η Έλλη και η Ζωή μαζί.

### Λύση

Συμβολίζουμε ως:

A: το βάρος του Αλέκου

B: το βάρος της Βάσως

Γ: το βάρος του Γιάννη

Δ: το βάρος της Δανάης

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

E: το βάρος της Έλλης

Z: το βάρος της Ζωής

Ισχύουν οι ανισότητες  $A+B < \Gamma+\Delta$  και  $\Gamma+E < Z+B$

Προκύπτει ότι

$$\begin{aligned}(A + B) + (\Gamma + E) &< (\Gamma + \Delta) + (Z + B) \Rightarrow \\ \Rightarrow A + B + \Gamma + E &< \Gamma + \Delta + Z + B \\ \Rightarrow A + E &< \Delta + Z\end{aligned}$$

Άρα σωστός είναι ο πρώτος ισχυρισμός.

**Σωστό το Α**

### Ερώτηση 11

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πιο κοντά στον  $2,015 \cdot 510,2$ ;

A) 0      B) 1      Γ) 10      Δ) 100      E) 1000

#### Λύση

Ισχύει ότι  $2,015 \cdot 510,2 = 1028,53$  δηλαδή το 1000 είναι πιο κοντά.

**Σωστό το Ε**

### Ερώτηση 12

Ένας μαθητής πήρε μέρος σε 10 τεστ. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του ήταν 6. Αν σε 6 από τα τεστ είχε μέσο όρο 8, τι μέσο όρο είχε στα υπόλοιπα 4 τεστ;

A) 1      B) 2      Γ) 3      Δ) 4      E) 5

#### Λύση

Ισχύει ότι  $\text{Μέσος όρος} \times \text{πλήθος} = \text{συνολικός βαθμός}$

- Στα 10 τεστ με μέσο όρο 6 ο συνολικός βαθμός είναι  $6 \times 10 = 60$
- Στα 6 τεστ με μέσο όρο 8 ο συνολικός βαθμός είναι  $8 \times 6 = 48$
- Στα υπόλοιπα 4 τεστ ο συνολικός βαθμός είναι  $60 - 48 = 12$  οπότε:

$$\text{Μέσος όρος} \times 4 = 12 \Rightarrow$$

$$\text{Μέσος όρος} = \frac{12}{4} = 3$$

Σωστό το Γ