

20^ο φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

Ερώτηση 1

Ένα διακοσμητικό στολίδι αποτελείται από λευκές και από πράσινες χάρτινες καρδιές τοποθετημένες η μία πάνω στην άλλη. Οι καρδιές έχουν εμβαδά 1 τ. εκ., 4 τ. εκ, 9 τ. εκ. και 16 τ. εκ., αντίστοιχα. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν της πράσινης περιοχής;



A) 9 τ. εκ. B) 10 τ. εκ. Γ) 11 τ. εκ. Δ) 12 τ. εκ. Ε) 13 τ. εκ.

Λύση

Η εξωτερική πράσινη περιοχή αποτελείται από τη μεγάλη καρδιά αφού του αφαιρέσουμε τη δεύτερη μεγαλύτερη, συνεπώς έχει εμβαδόν $16 - 9 = 7$ τ.εκ. Όμοια η εσωτερική πράσινη περιοχή έχει εμβαδόν $4 - 1 = 3$ τ.εκ., οπότε η πράσινη περιοχή έχει συνολικό εμβαδόν $7 + 3 = 10$ τ.εκ.

Σωστό το Β

Ερώτηση 2

Ποιο είναι το αποτέλεσμα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης στο σχήμα δεξιά;

- A) 111111111
- B) 1010101010
- Γ) 100000000
- Δ) 999999999
- E) 1000000000

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Λύση

Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0
 \end{array}$$

Σωστό το B

Ερώτηση 3

Ένα καλάθι περιείχε μήλα και πορτοκάλια. Στην αρχή όλα μαζί τα φρούτα ήταν 25. Η Θάλεια έφαγε 1 μήλο και 3 πορτοκάλια και ο Ερμής έφαγε 3 μήλα και 2 πορτοκάλια. Τώρα το καλάθι περιέχει ίσο πλήθος από μήλα και από πορτοκάλια. Πόσα ήταν τα πορτοκάλια στην αρχή;

- A) 12
- B) 13
- Γ) 16
- Δ) 20
- E) 21

Λύση

Η Θάλεια έφαγε $1+3=4$ φρούτα και ο Ερμής $3+2=5$, οπότε μαζί έφαγαν $4+5=9$ φρούτα συνολικά. Αφού στην αρχή τα φρούτα ήταν 25, τώρα έμειναν $25 - 9 = 16$. Ξέρουμε όμως ότι έμεινε ίσος αριθμός μήλων και πορτοκαλιών, οπότε από τα 16 που έμειναν, τα 8 είναι μήλα και τα άλλα 8, πορτοκάλια. Τώρα, αφού η Θάλεια και

ο Ερμής μαζί έφραγαν $3+2=5$ πορτοκάλια, ο αρχικός αριθμός των πορτοκαλιών ήταν $8+5=13$.

Σωστό το Β

Ερώτηση 4

Μία μητέρα έδωσε δώρο μερικά βιβλία στα δύο παιδιά της. Στο πρώτο έδωσε τα μισά βιβλία και 1 ακόμα βιβλίο. Στο δεύτερο έδωσε τα μισά από τα υπόλοιπα και 2 ακόμα βιβλία. Δεν περίσσεψε κανένα βιβλίο. Πόσα βιβλία δώρισε η μητέρα;

- A) 6 B) 7 Γ) 8 Δ) 9 E) κανένα από τα προηγούμενα

Λύση

Αρκεί να σκεφτούμε ανάποδα. Θα δούμε ότι η μητέρα «παίρνει πίσω» 2 βιβλία από το δεύτερο παιδί. Δηλαδή τώρα η μητέρα κρατά 2 βιβλία αφού τελειώνοντας δεν είχε κανένα βιβλίο στα χέρια της. Εφόσον στο προηγούμενο βήμα έδωσε τα μισά βιβλία που κρατούσε πριν μείνουν τα 2, αυτό σημαίνει ότι κρατούσε 4. Πιο πριν έδωσε 1 στο πρώτο παιδί, οπότε κρατούσε $1+4=5$ βιβλία. Τα 5 αυτά ήταν τα μισά που περίσσεψαν αφού έδωσε τα άλλα μισά στο πρώτο της παιδί. Άρα κρατούσε 10 βιβλία στην αρχή.

Σωστό το E

Ερώτηση 5

Ένα αυτοκίνητο έχει σταθερή ταχύτητα 25 μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Πόσα χιλιόμετρα θα κάνει σε μία ώρα; (1 χιλιόμετρο είναι 1000 μέτρα)

- A) 100 B) 90 Γ) 80 Δ) 75 E) 60

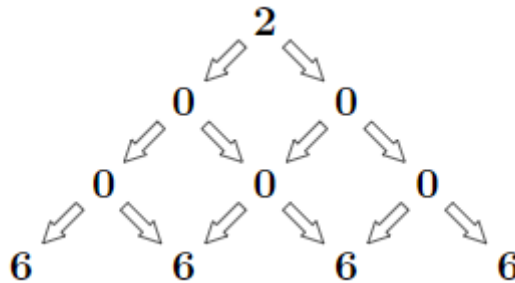
Λύση

Η 1 ώρα αποτελείται από 3600 δευτερόλεπτα. Συνεπώς σε 3600 δευτερόλεπτα το αυτοκίνητο θα διανύσει $3600 \times 25 = 90000$ μέτρα ή αλλιώς 90 χιλιόμετρα.

Σωστό το Β

Ερώτηση 6

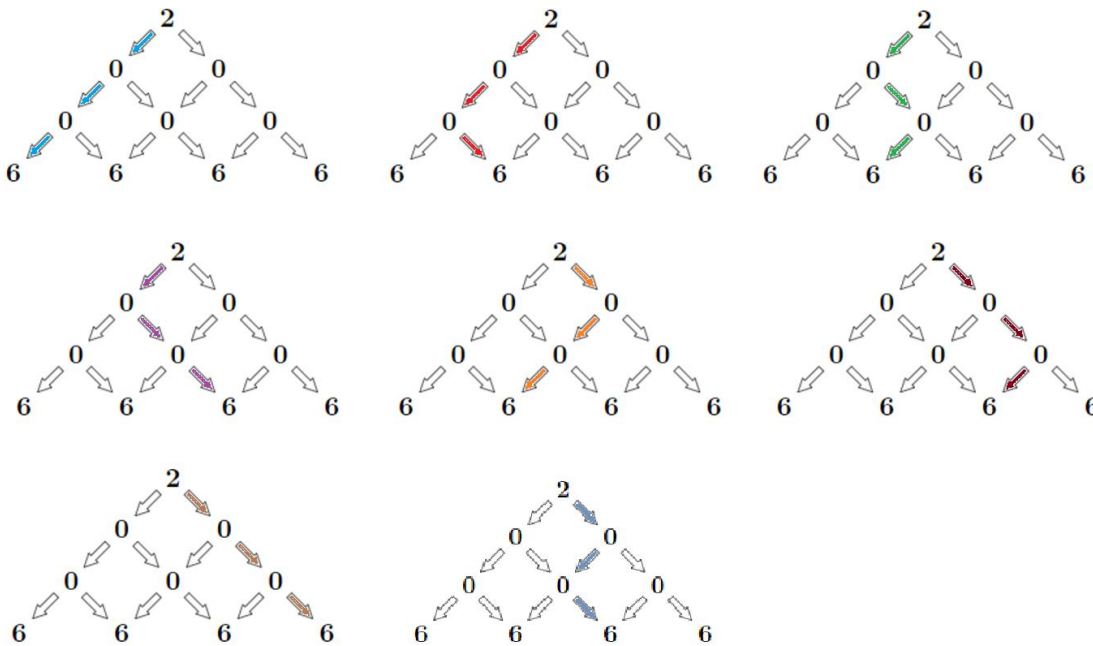
Με πόσους τρόπους μπορούμε να πάρουμε τον αριθμό 2006 ακολουθώντας τα βέλη του σχήματος;



- A) 12 B) 11 Γ) 10 Δ) 8 Ε) 6

Λύση

Οι 8 διαφορετικοί τρόποι φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Σωστό το Δ

Ερώτηση 7

Ποιο είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του 20042003 με το 2004;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε) 2003

Λύση

Αν κάνουμε τη διαίρεση του 20042003 με το 2004, βρίσκουμε πηλίκο 10000 και υπόλοιπο 2003.

Σωστό το Ε

Ερώτηση 8

Ένα βιβλίο Μαθηματικών αποτελείται από δύο κεφάλαια, το κεφάλαιο της Αριθμητικής και το κεφάλαιο της Γεωμετρίας. Το κεφάλαιο της Γεωμετρίας έχει μέγεθος όσο το $\frac{1}{3}$ του κεφαλαίου της Αριθμητικής. Τι κλάσμα του βιβλίου αποτελεί το κεφάλαιο της Αριθμητικής;

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ Γ) $\frac{3}{4}$ Δ) $\frac{4}{9}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα

Λύση

Το κεφάλαιο της Αριθμητικής είναι το τριπλάσιο του κεφαλαίου της Γεωμετρίας. Άρα θα μπορούσαμε να πούμε ότι το $\frac{1}{4}$ του βιβλίου είναι το κεφάλαιο της Γεωμετρίας και το $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ το κεφαλαίο της Αριθμητικής.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 9

Ο Κούνελος λατρεύει τα καρότα και τα λάχανα. Κάθε μέρα είτε τρώει 9 καρότα είτε τρώει 2 λάχανα, είτε τρώει 4 καρότα και 1 λάχανο, είτε μένει νηστικός. Τις περασμένες 10 μέρες έφαγε συνολικά 17 καρότα και 12 λάχανα. Πόσες από αυτές τις μέρες έμεινε νηστικός;

- A) καμία B) μία Γ) δύο Δ) τρεις Ε) τέσσερις

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Λύση

Έστω X ο αριθμός των ημερών όπου ο κούνελος τρώει μόνο 9 καρότα.

Έστω Y ο αριθμός των ημερών όπου ο κούνελος τρώει μόνο 2 λάχανα.

Έστω Z ο αριθμός των ημερών όπου ο κούνελος τρώει 4 καρότα και 1 λάχανο.

Τις περασμένες 10 μέρες έφαγε συνολικά 17 καρότα και 12 λάχανα.

Ο μόνος τρόπος ο Κούνελος να φάει ακριβώς 17 καρότα σε 10 μέρες είναι να φάει $9 \text{ καρότα} \times 2 + 4 \text{ καρότα} \times 3 = 30 \text{ καρότα}$, οπότε τότε το X είναι 2 και το Z είναι 3.

Μέχρι τώρα έχουμε 3 λάχανα και 30 καρότα. Ο Κούνελος χρειάζεται να φάει μόνο 6 παραπάνω λάχανα, για να έχει φάει συνολικά 9 λάχανα. Άρα από εδώ έχουμε την εξίσωση $2 \cdot Y = 6$ οπότε το Y είναι 3.

Άρα συνολικά έχουμε $X+Y+Z=2+3+3=8$, το οποίο σημαίνει ότι 8 ημέρες ο Κούνελος έτρωγε λάχανα και καρότα και $10 - 8 = 2$ ημέρες έμεινε νηστικός.

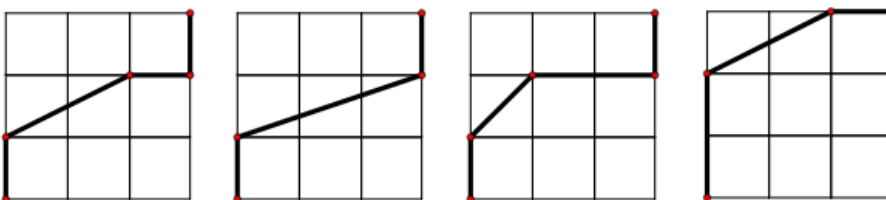
$$\begin{array}{r} 9 \text{ καρότα} \\ 2 \text{ λάχανα} \\ \hline 1 \text{ λάχανο} + 4 \text{ καρότα} \\ \hline 9 \text{ λάχανα} + 30 \text{ καρότα} \end{array}$$

Σωστό το Γ

Ερώτηση 10

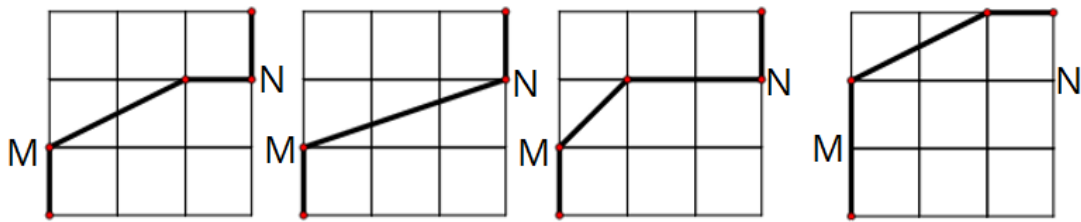
Ποια διαδρομή είναι συντομότερη;

- A) B) Γ) Δ) E) όλες είναι το ίδιο



Λύση

Η συντομότερη διαδρομή είναι η B), αφού μπορούμε να πάμε από το σημείο M στο σημείο N σε ευθεία γραμμή.



Σωστό το Β

Ερώτηση 11

Βρείτε τον αριθμό που λείπει.

$$3 \times 2006 = 2005 + 2007 + \boxed{?}$$

- A) 2005 B) 2006 Γ) 2007 Δ) 2008 E) 2009

Λύση

Αν κάνουμε τις πράξεις έχουμε:

$$3 \times 2006 = 2005 + 2007 + x$$

$$6018 = 4012 + x$$

$$x = 6018 - 4012$$

$$x = 2006$$

Σωστό το Β

Ερώτηση 12

Η Δήμητρα διάλεξε έναν αριθμό και τον διαίρεσε με 3. Ποιος δεν μπορεί να είναι ο αριθμός που επέλεξε;

- A) 103 B) 105 Γ) 204 Δ) 444 E) 432

Λύση

Για να διαιρείται ο αριθμός που επέλεξε με το 3, θα πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού να διαιρείται με το 3.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Ο 103 έχει άθροισμα ψηφίων 4, οπότε δεν διαιρείται με το 3. Όλοι οι υπόλοιποι αριθμοί έχουν άθροισμα ψηφίων που μπορεί να διαιρεθεί με το 3.

Σωστό το Α