

23<sup>ο</sup> φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

Ερώτηση 1.

Έχουμε δύο ίδια τετράγωνα από χαρτί, όπως στην εικόνα δεξιά. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα **δεν** μπορούμε να κατασκευάσουμε κολλώντας τα δύο τετράγωνα;



A)



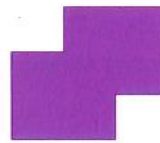
B)



Γ)



Δ)



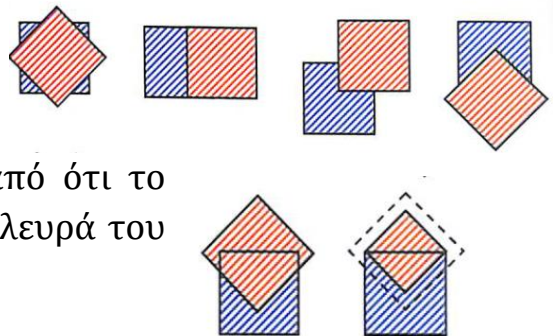
Ε)



Λύση

Στο σχήμα βλέπουμε πως μπορούμε να φτιάξουμε τα σχήματα Β, Γ, Δ και Ε από τα δύο τετράγωνα. Το σχήμα Α δεν γίνεται γιατί το

τετράγωνο στο επάνω μέρος είναι μικρότερο από ότι το κάτω τετράγωνο (η διαγώνιος του είναι όση η πλευρά του κάτω).



Σωστό το Α

## Ερώτηση 2.

Ο Αρφ, ο Βαρ και ο Γορ είναι πειρατές που λένε πάντα ψέματα. Ο καθένας κρατάει από ένα διαμάντι που είναι είτε κόκκινο είτε πράσινο χρώμα. Μια μέρα ο Αρφ είπε «*Το δικό μου διαμάντι έχει το ίδιο χρώμα με του Βαρ*». Ο Βαρ είπε «*το δικό μου διαμάντι έχει το ίδιο χρώμα με Γορ*» και ο Γαρ είπε Αρφ είπε «*ακριβώς δύο από εμάς έχουν κόκκινα διαμάντια*». Ποιο από τα παρακάτω είναι σίγουρα σωστό;



- A) Το διαμάντι του Αρφ είναι πράσινο
- B) Το διαμάντι του Βαρ είναι πράσινο
- Γ) Το διαμάντι του Γαρ είναι κόκκινο
- Δ) Τα διαμάντια του Αρφ και του Γαρ έχουν διαφορετικό χρώμα
- E) Κανένα από τα προηγούμενα

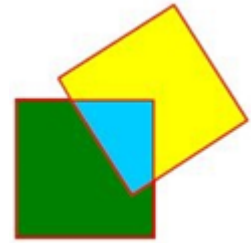
## Λύση

Αν το διαμάντι του Αρφ ήταν κόκκινο τότε, επειδή είπε ψέματα όταν έλεγε «το δικό μου διαμάντι έχει το ίδιο χρώμα με του Βαρ», σημαίνει ότι το διαμάντι του Βαρ θα ήταν πράσινο. Αφού ο Βαρ είπε ψέματα λέγοντας «το δικό μου διαμάντι έχει το ίδιο χρώμα με του Γορ», συμπεραίνουμε ότι ο Γορ θα είχε κόκκινο διαμάντι. Με άλλα λόγια θα είχαμε την κατάσταση Αρφ / κόκκινο, Βαρ / πράσινο και Γορ / κόκκινο. Αλλά τότε θα είχε πει την αλήθεια ο Γορ, ο οποίος ισχυρίστηκε «ακριβώς δύο από εμάς έχουν κόκκινα διαμάντια». Τελικά ο Αρφ δεν μπορεί να είχε κόκκινο διαμάντι, που σημαίνει ότι είχε πράσινο. Με παρόμοιο συλλογισμό όπως πριν συμπεραίνουμε ότι τότε έχουμε την κατάσταση Αρφ / πράσινο, Βαρ / κόκκινο και Γορ / πράσινο, που ταιριάζει με τους ψευδείς ισχυρισμούς των πειρατών.

**Σωστό το Α**

### Ερώτηση 3.

Ο ζωγράφος σχεδίασε δύο τετράγωνα για να φτιάξει ένα σχήμα με τρεις περιοχές. Αν σχεδιάσει τα δύο τετράγωνα σε άλλες θέσεις, ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από περιοχές που μπορεί να έχει το σχήμα του;



- A) 3      B) 5      Γ) 6      Δ) 8      Ε) 9

### Λύση

Ο ζωγράφος μπορεί να σχεδιάσει 9 περιοχές, όπως δείχνει το σχήμα. Είναι μία σε κάθε κορυφή ( $4+4=8$ ) και μια κοινή στα δύο τετράγωνα (η γαλάζια περιοχή στο σχήμα).

**Σωστό το Ε**

### Ερώτηση 4.

Δύο τριψήφιοι αριθμοί έχουν και τα 6 τους ψηφία διαφορετικά ανά δύο. Το πρώτο ψηφίο του ενός από τους αριθμούς είναι διπλάσιο από το τελευταίο ψηφίο του άλλου. Ποιο είναι το μικρότερο δυνατό άθροισμα που μπορεί να έχουν οι δύο αριθμοί;

- A) 552      B) 546      Γ) 301      Δ) 535      Ε) 537

### Λύση

1<sup>η</sup> περίπτωση: Οι δύο αριθμοί να έχουν την μορφή  $2\_ \_$  και  $\_ \_ 1$ .

Το μικρότερο δυνατό άθροισμα των δύο αυτών αριθμών απαιτεί το ψηφίο των εκατοντάδων του  $\_ \_ 1$  να είναι το μικρότερο δυνατό. Έχουμε χρησιμοποιήσει τους 1 και 2, οπότε το μικρότερο που μένει είναι το 3. Άρα οι αριθμοί είναι της μορφής  $2\_ \_$  ή  $3\_ \_ 1$ . Τα ψηφία των δεκάδων πρέπει να είναι τα μικρότερα δυνατά, οπότε είναι τα 0 και 4, δηλαδή οι αριθμοί μας είναι της μορφής  $20\_$  και  $341$  ή της μορφής  $24\_$  και  $301$ . Τελικά το ψηφίο των μονάδων που μένει είναι το 5, ως το μικρότερο. Συμπεραίνουμε ότι οι αριθμοί είναι οι  $205$  και  $341$  ή οι  $245$  και  $305$ . Το άθροισμα τους είναι (και στις δύο περιπτώσεις)  $205+341=245+305=546$ .

2<sup>η</sup> περίπτωση: Οι δύο αριθμοί να έχουν την μορφή  $4\_ \_$  και  $1\_ \_ 2$ .

Συμπληρώνουμε τα ψηφία των δεκάδων, οπότε οδηγούμαστε στους αριθμούς  $43\_$  και  $102$  ή στους  $40\_$  και  $132$  και από εκεί στους  $435$  και  $102$  ή στους  $405$  και  $132$ . Το άθροισμα τους και στις 2 περιπτώσεις είναι  $435+102=405+132=537$ .

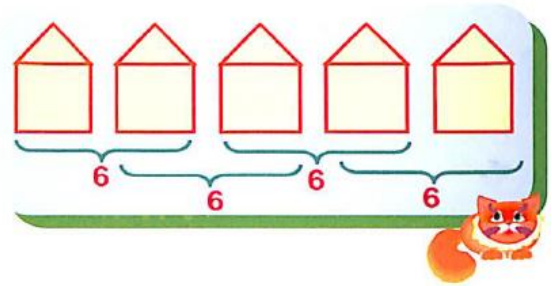
Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Συγκρίνοντας με το αποτέλεσμα που βρήκαμε νωρίτερα, το δεύτερο δίνει μικρότερο άθροισμα, οπότε το προτιμούμε.

**Σωστό το Ε**

### Ερώτηση 5.

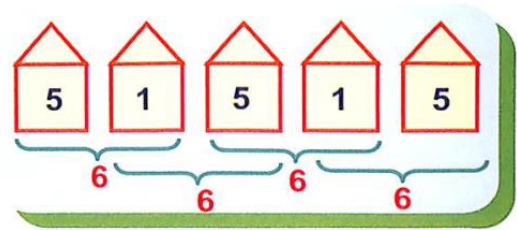
Στην οδό Νιάου υπάρχουν 5 σπίτια στη σειρά. Σε κάθε σπίτι μένει τουλάχιστον μία γάτα. Σε οποιαδήποτε δύο γειτονικά σπίτια μένουν συνολικά το πολύ 6 γάτες. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από γάτες που μπορεί να μένουν στην οδό Νιάου;



- A) 14      B) 15      Γ) 16      Δ) 17      Ε) 18

### Λύση

Το κάθε σπίτι έχει το πολύ 5 γάτες γιατί μαζί με το γειτονικό του (που έχει τουλάχιστον μία) έχουν συνολικά το πολύ 6 γάτες. Τα πρώτα 4 σπίτια έχουν το πολύ  $6+6=12$  γάτες. Για να έχουμε όσο περισσότερες γάτες γίνεται στην οδό Νιάου, πρέπει το τελευταίο σπίτι να έχει 5 γάτες (το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος). Το σύνολο είναι  $6+6+5=17$  γάτες το πολύ. Χρειάζεται να δείξουμε ακόμη ότι μπορούμε να μοιράσουμε τις γάτες με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες στο πρόβλημα, που λένε ότι κάθε δύο γειτονικά σπίτια έχουν το πολύ 6 γάτες. Το διπλανό σχήμα δείχνει τον τρόπο.



**Σωστό το Δ**

### Ερώτηση 6.

Ένα παιδί επισκέπτεται τη θεία του που μένει στην άλλη άκρη του χωριού κάθε Τρίτη, κάθε Παρασκευή και κάθε μία από τις ημέρες που η ημερομηνία είναι περιττός (μονός) αριθμός. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από συνεχόμενες ημέρες που μπορεί το παιδί να επισκεφτεί τη θεία του;

- A) 3      B) 4      Γ) 5      Δ) 6      Ε) 7

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

### Λύση

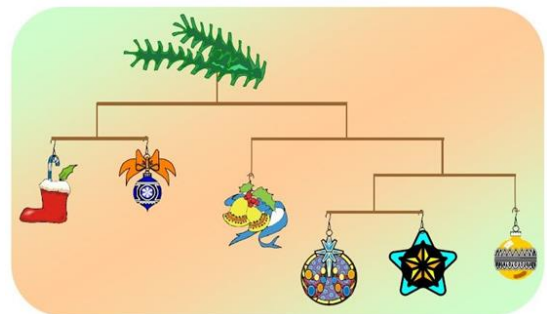
Ημερομηνία	<b>29</b>	30	<b>31</b>	<b>1</b>	2	<b>3</b>
Μέρα	Δευτέρα	<b>Τρίτη</b>	Τετάρτη	Πέμπτη	<b>Παρασκευή</b>	Σάββατο

Οι Τρίτες και οι Παρασκευές έχουν είτε δύο ενδιάμεσες μέρες μεταξύ τους (τις Τετάρτες και Πέμπτες) είτε τρεις (Σάββατα, Κυριακές και Δευτέρες). Επειδή οι ημερομηνίες είναι εναλλάξ άρτιες και περιττές, οι ενδιάμεσες ημέρες μεταξύ μίας Τρίτης και μιας Παρασκευής περιλαμβάνουν τουλάχιστον μία άρτια ημερομηνία, οπότε διακόπτονται οι επισκέψεις στη θεία. Άρα ο μεγαλύτερος αριθμός από συνεχόμενες ημέρες είναι έξι συνεχόμενες ημέρες.

**Σωστό το Δ**

### Ερώτηση 7.

Η εικόνα δείχνει μία κατασκευή με χριστουγεννιάτικα στολίδια που ισορροπούν. Το βάρος των σπάγκων και των οριζόντιων ξύλων είναι αμελητέο. Οι σπάγκοι είναι δεμένοι είτε στη μέση είτε στα άκρα των ξύλων. Αν όλη η κατασκευή ζυγίζει 48 γραμμάρια, πόσο είναι το βάρος του αστεριού;



- A) 2 γραμμάρια    B) 3 γραμμάρια    Γ) 4 γραμμάρια  
 Δ) 8 γραμμάρια    E) Δεν μπορούμε να ξέρουμε

### Λύση

Αφού το σύστημα ισορροπεί αυτό σημαίνει ότι το αριστερό τμήμα του ζυγίζει όσο το δεξί, δηλαδή από 24 γραμμάρια το καθένα. Το δεξί τμήμα από μόνο του ισορροπεί, οπότε τα δικά του δύο τμήματα είναι από 12 γραμμάρια το καθένα. Όμοια, το τελευταίο αποτελείται από δύο τμήματα των 6 γραμμαρίων, άρα στο αριστερό από αυτά το κάθε ένα από τα δύο αντικείμενα ζυγίζει 3 γραμμάρια.

**Σωστό το B**

### Ερώτηση 8.

Ρίχνουμε μία μπάλα από την οροφή ενός σπιτιού που είναι σε ύψος 18 μέτρων. Κάθε φορά που η μπάλα χτυπάει το έδαφος, σηκώνεται σε ύψος ίσο με τα  $\frac{2}{3}$  του μέγιστου ύψους που βρέθηκε την προηγούμενη φορά. Πόσες φορές η μπάλα θα ανέβει σε ύψος μεγαλύτερο από 6 μέτρα;

- A) καμία    B) 1    Γ) 2    Δ) 3    Ε) 4

### Λύση

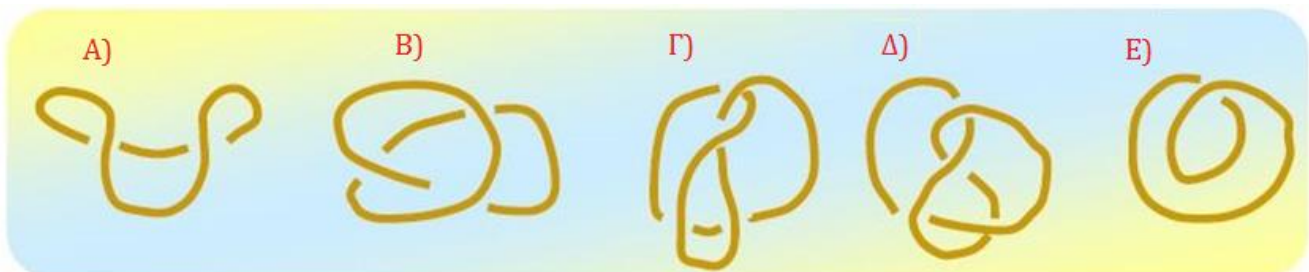
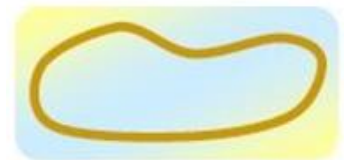
Την πρώτη φορά που θα ανέβει η μπάλα, θα φτάσει σε ύψος  $\frac{2}{3} \times 18 = 12$  μέτρων. Την δεύτερη θα φτάσει σε ύψος  $\frac{2}{3} \times 12 = 8$  μέτρων. Την τρίτη θα είναι λιγότερα από 6 μέτρα γιατί  $\frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$  και ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος του 6. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να το διαπιστώσουμε αυτό.

Ένας τρόπος είναι να κάνουμε την διαίρεση. Θα βρούμε  $5,333\dots$ , πάντως λιγότερο από 6. Αλλιώς, απλοποιούμε το κλάσμα, το οποίο γράφεται  $\frac{16}{3} = 5 + \frac{1}{3}$  δηλαδή ένας αριθμός ανάμεσα στο 5 και το 6.


**Σωστό το Γ**

### Ερώτηση 9.

Ο Τάκης έχει ένα λαστιχάκι όπως το διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή το λαστιχάκι του έπεσε στο πάτωμα. Ποιο από τα παρακάτω *αποκλείεται* να είναι το λαστιχάκι του Τάκη;



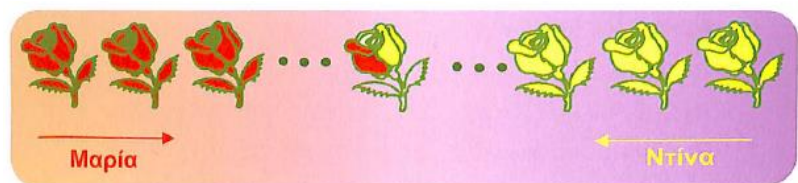
## Λύση

Χρησιμοποιώντας την παρατήρηση, το Δ) είναι κόμπος, ενώ τα υπόλοιπα ξαναπαίρνουν το σχήμα  αν τα σηκώσουμε. Οπότε το Δ) αποκλείεται να είναι το λαστιχάκι του Τάκη.

**Σωστό το Δ**

### Ερώτηση 10.

Είκοσι ένα λουλούδια είναι σχεδιασμένα στη σειρά, το ένα δίπλα στο άλλο. Η Μαρία άρχισε από αριστερά να τα ζωγραφίζει ένα ένα στη σειρά με κόκκινο χρώμα. Η Ντίνα άρχισε από δεξιά να τα ζωγραφίζει ένα ένα στη σειρά με κίτρινο χρώμα. Τα δύο παιδιά συναντήθηκαν στο λουλούδι που η Μαρία μέτρησε ως δέκατο, και το ζωγράρισαν και οι δύο. Το λουλούδι αυτό σύμφωνα με την Ντίνα ήταν



- A) Το δέκατο τρίτο      B) Το δέκατο τέταρτο      Γ) Το ενδέκατο      Δ) Το δωδέκατο  
E) Το δέκατο

## Λύση

Εννέα λουλούδια ζωγραφίστηκαν κόκκινα και ένα δίχρωμο. Τα υπόλοιπα, που είναι  $21 - 10 = 11$ , ζωγραφίστηκαν κίτρινα. Επομένως η Ντίνα ζωγράφισε μόνη της 11 λουλούδια. Το επόμενο, δηλαδή το δωδέκατο, είναι το δίχρωμο.

**Σωστό το Δ**

### Ερώτηση 11.

Ο Μάκης είχε έναν ακέραιο αριθμό A στο νου του. Είπε για τον A ότι

- A) Είναι πολλαπλάσιο του 3.      B) Είναι πολλαπλάσιο του 4.  
Γ) Είναι πολλαπλάσιο του 12.      Δ) Είναι μικρότερος από του 4.

Αν από αυτές τις προτάσεις *ακριβώς* οι δύο είναι σωστές ενώ οι άλλες δύο είναι λάθος, ποιος είναι ο αριθμός που είχε ο Μάκης στο νου του;

- A) 1      B) 3      Γ) 4      Δ) 6      Ε) 12

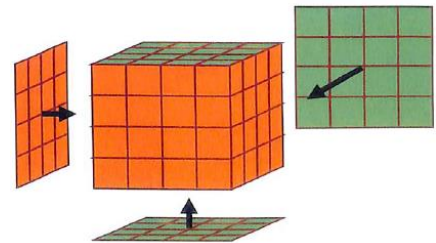
### Λύση

Ο αριθμός 3 θεωρείται πολλαπλάσιο του εαυτού του, διότι  $3 \times 1 = 3$  και είναι μικρότερος από 4. Άρα ισχύουν μόνο οι προτάσεις Α και Δ.

**Σωστό το Β**

### Ερώτηση 12.

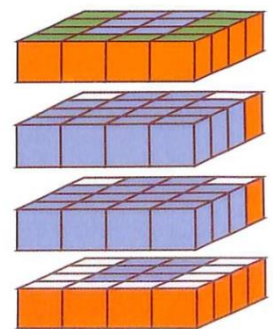
Ο Ανθέμιος χρησιμοποίησε κύβους διαστάσεων  $1 \times 1 \times 1$  για να φτιάξει έναν κύβο διαστάσεων  $4 \times 4 \times 4$ . Μετά έβαψε πορτοκαλί χρώμα τρεις από τις έδρες του μεγάλου κύβου ενώ τις υπόλοιπες τρεις τις έβαψε πράσινο χρώμα, όπως δείχνει το σχήμα. Πόσοι από τους μικρούς κύβους έχουν έδρες που έχουν και πορτοκαλί και πράσινο χρώμα;



- A) 0      B) 8      Γ) 12      Δ) 24      Ε) 3

### Λύση

Το διπλανό σχήμα δείχνει τον κύβο σε φέτες. Τα έγχρωμα κυβάρια στο σχήμα είναι αυτά που έχουν έδρα με πορτοκαλί χρώμα καθώς και έδρα με πράσινο χρώμα (οι υπόλοιπες έδρες έχουν τα ίδια χρώματα ή είναι άβαφες). Τα γκρι κυβάρια είναι αυτά που δεν μετράμε και είναι δύο κατηγοριών. Η 1<sup>η</sup> κατηγορία είναι αυτά των οποίων μία ή παραπάνω έδρες είναι βαμμένες πορτοκαλί και οι υπόλοιπες είναι άβαφες και η 2<sup>η</sup> κατηγορία είναι αυτά των οποίων μία ή παραπάνω έδρες είναι βαμμένες με πράσινο και οι υπόλοιπες είναι άβαφες.



**Σωστό το Δ**