

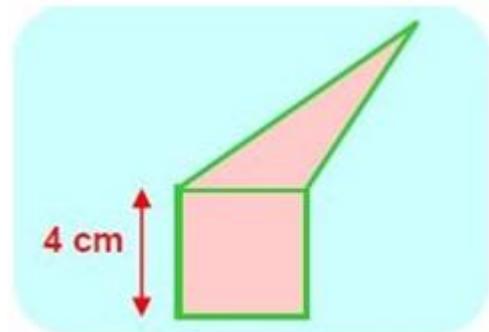
3^ο φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

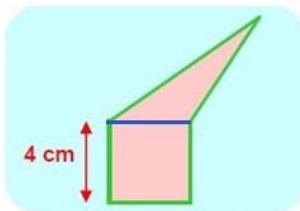
Ερώτηση 1

Το τρίγωνο και το τετράγωνο έχουν ίσες περιμέτρους. Πόση είναι η περίμετρος ολόκληρου του σχήματος (του μυτερού πενταγώνου);

- A) 12 cm B) 24 cm Γ) 28 cm Δ) 32 cm
 Ε) Εξαρτάται από τις διαστάσεις του τριγώνου.



Λύση



Το τετράγωνο έχει περίμετρο $4 \times 4 = 16 \text{ cm}$.

Το τρίγωνο έχει και αυτό περίμετρο 16 cm. Όμως πρέπει να αφαιρέσουμε την κοινή πλευρά που σημειώνεται στο σχήμα με μπλε χρώμα και είναι 4 cm. Άρα η περίμετρος ολόκληρου του σχήματος είναι $12 + 12 = 24 \text{ cm}$.

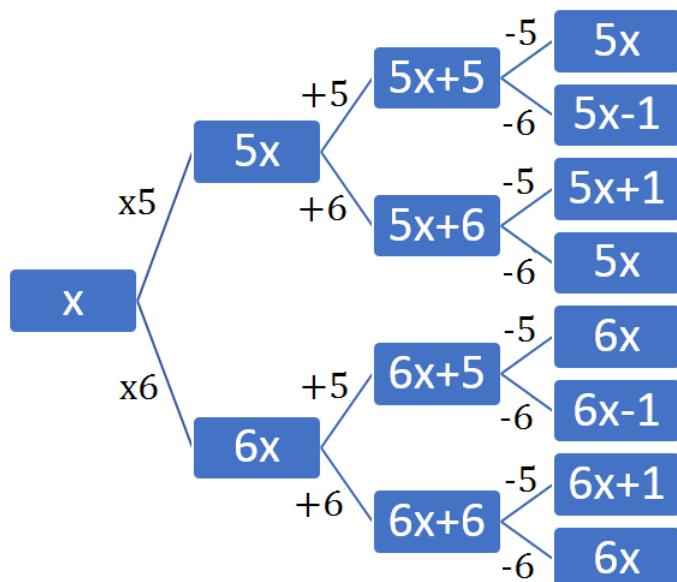
Σωστό το Β

Ερώτηση 2

Ο Αντώνης σκέφτηκε ένα φυσικό αριθμό. Η Βάσω τον πολλαπλασίασε επί 5 ή επί 6. Ο Γιάννης πρόσθεσε 5 ή 6 στο αποτέλεσμα της Βάσως. Η Δανάη αφαίρεσε 5 ή 6 από το αποτέλεσμα του Γιάννη, και βρήκε αποτέλεσμα 73. Ποιος είναι ο αριθμός που σκέφτηκε ο Αντώνης;

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

Λύση



Άρα οι (διαφορετικοί) αριθμοί που προκύπτουν τελικά είναι:

$$5x, 5x - 1, 5x + 1, 6x, 6x - 1, 6x + 1$$

Ο αριθμός x πρέπει να είναι φυσικός, οπότε μόνο αν λύσουμε την εξίσωση

$$6x + 1 = 73$$

Θα βρούμε λύση φυσικό αριθμό.

Συγκεκριμένα:

$$6x + 1 = 73 \Rightarrow$$

$$6x + 1 - 1 = 73 - 1 \Rightarrow$$

$$6x = 72 \Rightarrow$$

$$x = 12$$

Σωστό το Γ

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Ερώτηση 3

Στην ισότητα γινομένων

$$\text{Α} \cdot \text{Β} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Δ} \cdot \text{Ε} = \text{Α} \cdot \text{Ζ} \cdot \text{Η} \cdot \text{Θ} \cdot \text{Ι} \cdot \text{Κ}$$

το κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό από τα ψηφία 0, 1, 2, 3, ..., 9. Πόσες διαφορετικές τιμές μπορεί να έχει το γινόμενο $\text{Α} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Η} \cdot \text{Κ}$;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

Λύση

Το γράμμα Α αντιστοιχεί υποχρεωτικά στον αριθμό 0, καθώς είναι το μόνο γράμμα που εμφανίζεται 2 φορές στην ισότητα και ώστε να ισχύει $0 = 0$. Προφανώς τα υπόλοιπα γράμματα μπορούν να είναι οποιαδήποτε από τα ψηφία 1, 2, 3, ..., 9.

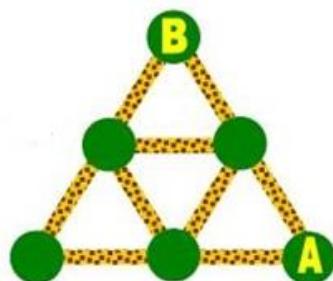
Αφού το γράμμα Α αντιστοιχεί στον αριθμό 0, το γινόμενο $\text{Α} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Η} \cdot \text{Κ}$ μπορεί να πάρει μόνο την τιμή 0.

Σωστό το A

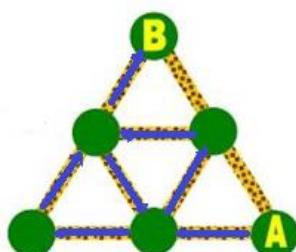
Ερώτηση 4

Κάθε ένα από τα 9 μονοπάτια στο πάρκο της εικόνας είναι 100 μέτρα. Ο Οδυσσέας θέλει να πάει από το σημείο Α στο Β χωρίς να διασχίσει το ίδιο μονοπάτι περισσότερες από μία φορές. Πόσο είναι το μήκος της μεγαλύτερης δυνατής διαδρομής που μπορεί να κάνει;

- A) 900 μέτρα B) 800 μέτρα Γ) 700 μέτρα Δ) 600 μέτρα E) 400 μέτρα



Λύση



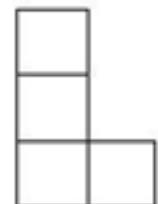
Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Αφού ο Οδυσσέας περνάει από συνολικά 7 μονοπάτια σύμφωνα με το σχήμα οπότε έχει διανύσει συνολικά 700 μέτρα.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 5

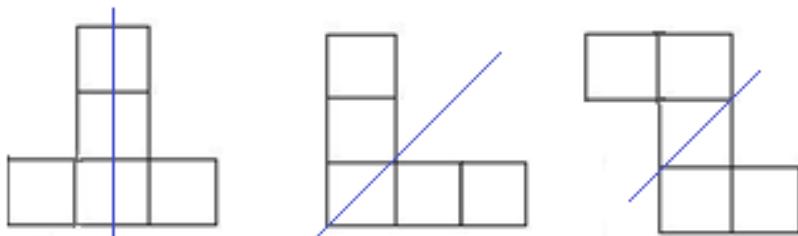
Η εικόνα δίπλα δείχνει ένα σχήμα που αποτελείται από τέσσερα ίσα τετράγωνα. Θέλουμε να προσθέσουμε άλλο ένα ίδιο τετράγωνο έτσι ώστε το σχήμα που θα προκύψει να έχει άξονα συμμετρίας. Με πόσους τρόπους μπορούμε να το καταφέρουμε αυτό;



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

Λύση

Οι δυνατοί τρόποι είναι τρείς και φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Σωστό το Γ

Ερώτηση 6

Πόσους διαιρέτες έχει ο 3600;

- A) 6 B) 9 C) 27 D) 45 E) 300

Λύση

Βρίσκουμε την ανάλυση του 3600 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

3600	2
1800	2
900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

Άρα έχουμε:

$$3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

Οι διαιρέτες λοιπόν του 3600, είναι το γινόμενο των εκθετών της ανάλυσης του σε πρώτους παράγοντες, προστιθέμενου του 1.

Δηλαδή:

$$\text{Πλήθος διαιρετών του } 3600 = (4+1) \cdot (2+1) \cdot (2+1) = 5 \cdot 3 \cdot 3 = 45$$

Σωστό το Δ

Ερώτηση 7

Ένα συρτάρι περιέχει 2 κόκκινες κάλτσες, 3 μπλε, 10 άσπρες, 4 πράσινες και 3 μαύρες. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από κάλτσες που πρέπει να βγάλουμε από το συρτάρι για να είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι θα βγάλουμε τουλάχιστον δύο κάλτσες με το ίδιο χρώμα;



- A) 2 B) 12 Γ) 10 Δ) 5 E) 6

Λύση

Αν βγάλουμε 5 κάλτσες τότε όλες οι κάλτσες μπορεί να έχουν διαφορετικό χρώμα.

Αν βγάλουμε άλλη μια κάλτσα τότε αυτή σίγουρα θα έχει το ίδιο χρώμα με αυτές που βγήκαν ήδη. Άρα ο μικρότερος αριθμός από κάλτσες που πρέπει να βγάλουμε από το συρτάρι για να είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι θα βγάλουμε τουλάχιστον 2 κάλτσες με το ίδιο χρώμα είναι 6.

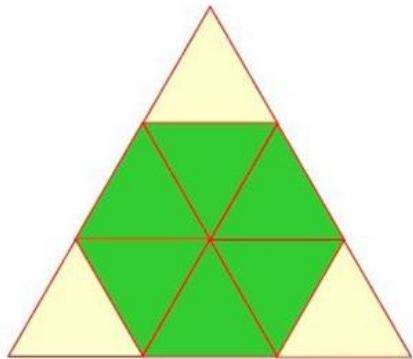
Σωστό το Ε

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

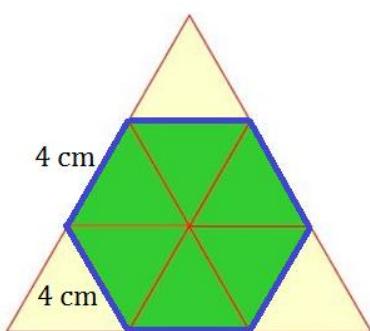
Ερώτηση 8

Το τρίγωνο στο διπλανό σχήμα αποτελείται από 9 ολόιδια ισόπλευρα τρίγωνα. Η περίμετρος του εξωτερικού μεγάλου τριγώνου είναι 36 εκατοστά. Πόση είναι η περίμετρος του χρωματισμένου εσωτερικού εξαγώνου;

- A) 6 εκατοστά B) 12 εκατοστά Γ) 18 εκατοστά
 Δ) 24 εκατοστά E) 30 εκατοστά



Λύση



Αφού η περίμετρος του εξωτερικού μεγάλου τριγώνου είναι 36 εκατοστά, η κάθε πλευρά του θα είναι $36:3 = 12 \text{ cm}$. Επίσης η κάθε πλευρά του μεγάλου ισόπλευρου τριγώνου χωρίζεται σε 3 μικρότερες πλευρές ίσου μήκους, οπότε αυτές θα έχουν μήκος $12:3 = 4 \text{ cm}$. Η περίμετρος του χρωματισμένου εσωτερικού εξαγώνου είναι $4+4+4+4+4+4=24 \text{ cm}$.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 9

Ένας 3×3 πίνακας περιέχει φυσικούς αριθμούς (βλέπε το σχήμα). Ο Νίκος και ο Πέτρος έσβησαν από τέσσερις αριθμούς ο καθένας έτσι ώστε α) οι 8 σβησμένοι αριθμοί είναι όλοι διαφορετικοί μεταξύ τους και β) το άθροισμα των αριθμών που έσβησε ο Νίκος ήταν τριπλάσιο από το άθροισμα των αριθμών που έσβησε ο Πέτρος. Ποιος είναι ο αριθμός που παρέμεινε άσβηστος στον πίνακα;

4	12	8
13	24	14
7	5	23

- A) 4 B) 7 Γ) 14 Δ) 23 E) 24

Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Λύση

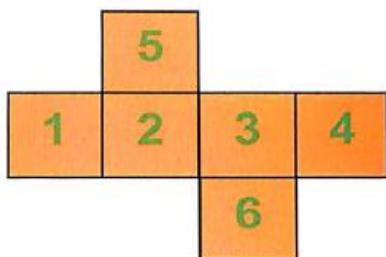
Ο Νίκος έσβησε τους αριθμούς 12, 13, 24, 23. Τότε το άθροισμα των αριθμών του είναι $12 + 13 + 24 + 23 = 72$.

Ο Πέτρος έσβησε τους αριθμούς 4, 8, 7, 5. Τότε το άθροισμα των αριθμών του είναι $4 + 8 + 7 + 5 = 24$.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 10

Η εικόνα δείχνει το ανάπτυγμα ενός κύβου. Ο κύριος Ευκλείδης πρόσθεσε τους αριθμούς στις απέναντι έδρες του κύβου. Ποιες είναι οι τρεις απαντήσεις που βρήκε;



- A) 4, 6 και 11 B) 4, 5 και 12
 Γ) 5, 6 και 10 Δ) 5, 7 και 9 E) 5, 8 και 8

Λύση

- Η πλευρά 1 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 3. Τότε $3+1=4$
- Η πλευρά 4 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 2. Τότε $4+2=6$
- Η πλευρά 5 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 6. Τότε $5+6=11$.

Σωστό το Α

Ερώτηση 11

Η Αίθρα έχει ένα ψαλίδι και πέντε γράμματα από χαρτόνι, όπως στην εικόνα. Κόβει το κάθε γράμμα με μία ψαλιδιά (κατά μήκος ευθείας γραμμής) με τρόπο ώστε να το κόψει σε όσο γίνεται περισσότερα κομμάτια. Ποιο γράμμα θα της δώσει τα περισσότερα κομμάτια;

A)

B)

Γ)

Δ)

Ε)



Απλά και Κατανοητά η Γνώση

Λύση



- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας το γράμμα Ο είναι 2.
- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας τα γράμματα F, S και H είναι 3.
- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας το γράμμα M είναι 4.

Σωστό το E

Ερώτηση 12

Η Αθηνά θέλει να γράψει από έναν αριθμό στα τετραγωνάκια ενός 3×3 τετραγώνου. Θέλει το άθροισμα των δύο αριθμών σε οποιαδήποτε δύο τετραγωνάκια που έχουν κοινή πλευρά να είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις. Δύο αριθμοί είναι κιόλας γραμμένοι. Πόσο είναι το άθροισμα όλων των αριθμών στον πίνακα;

2		
		3

- A) 18 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

Λύση

2	3	2
3	2	3
2	3	2

Το άθροισμα όλων των αριθμών σε όλα τα τετραγωνάκια του 3×3 τετραγώνου είναι:

$$2+3+2+3+2+3+2+3+2=22$$

Σωστό το Δ

Απλά και Κατανοητά η Γνώση