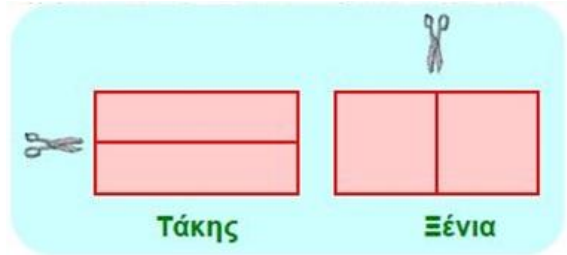


Απαντήσεις Εβδομαδιαίου φύλλου ασκήσεων 3

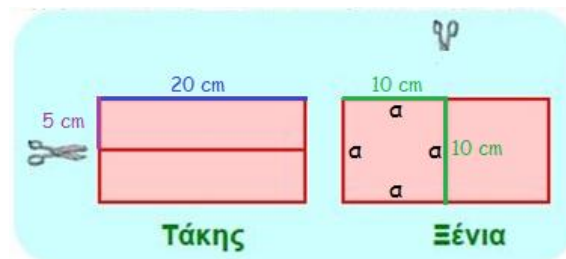
Ερώτηση 1

Ο Τάκης και η Ξένια είχαν από ένα ολόιδιο χαρτονένιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Ο Τάκης χώρισε το δικό του στα δύο με μια οριζόντια ψαλιδιά (βλέπε σχήμα). Η περίμετρος του κάθε κομματιού του Τάκη είναι 50 cm. Η Ξένια το χώρισε στα δύο με μια κάθετη ψαλιδιά, και η περίμετρος του κάθε κομματιού της Ξένιας είναι 40 cm. Ποια ήταν η περίμετρος καθενός από τα ολόιδια αρχικά ορθογώνια;



- A) 40 cm B) 50 cm Γ) 60 cm Δ) 80 cm E) 90 cm

Λύση



Η περίμετρος του κομματιού της Ξένιας είναι:

$$\alpha + \alpha + \alpha + \alpha = 4\alpha$$

Όμως η περίμετρος του κομματιού είναι 40 cm. Άρα έχουμε την εξίσωση:

$$4\alpha = 40 \Rightarrow$$

$$\frac{4\alpha}{4} = \frac{40}{4} \Rightarrow$$

$$\alpha = 10 \text{ cm}$$

Αυτό σημαίνει ότι το μήκος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 20 cm και το πλάτος 10 cm. Άρα η περίμετρος καθενός από τα ολόιδια αρχικά ορθογώνια είναι:

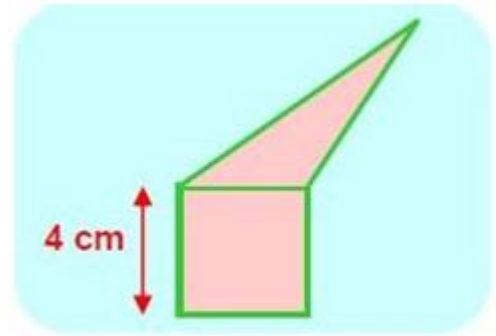
$$20 + 20 + 10 + 10 = 60 \text{ cm}$$

Σωστό το Γ

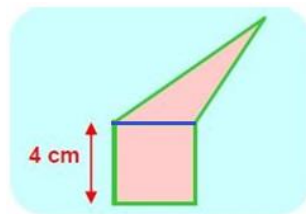
Ερώτηση 2

Το τρίγωνο και το τετράγωνο έχουν ίσες περιμέτρους. Πόση είναι η περίμετρος ολόκληρου του σχήματος (του μυτερού πενταγώνου);

- A) 12 cm B) 24 cm Γ) 28 cm Δ) 32 cm
E) Εξαρτάται από τις διαστάσεις του τριγώνου.



Λύση



Το τετράγωνο έχει περίμετρο $4 \times 4 = 16 \text{ cm}$.

Το τρίγωνο έχει και αυτό περίμετρο 16 cm. Όμως πρέπει να αφαιρέσουμε την κοινή πλευρά που σημειώνεται στο σχήμα με μπλε χρώμα και είναι 4 cm. Άρα η περίμετρος ολόκληρου του σχήματος είναι $12 + 12 = 24 \text{ cm}$.

Σωστό το Β

Ερώτηση 3

Έξι καγκουρό τρώνε 6 δεμάτια άχυρο σε 6 λεπτά. Πόσα καγκουρό τρώνε 100 δεμάτια άχυρο σε 100 λεπτά;

- A) 100 B) 60 Γ) 6 Δ) 10 E) 600

Λύση

6 καγκουρό τρώνε 6 δεμάτια άχυρο σε 6 λεπτά. Άρα 1 καγκουρό τρώει 1 δεμάτι άχυρο σε 6 λεπτά.

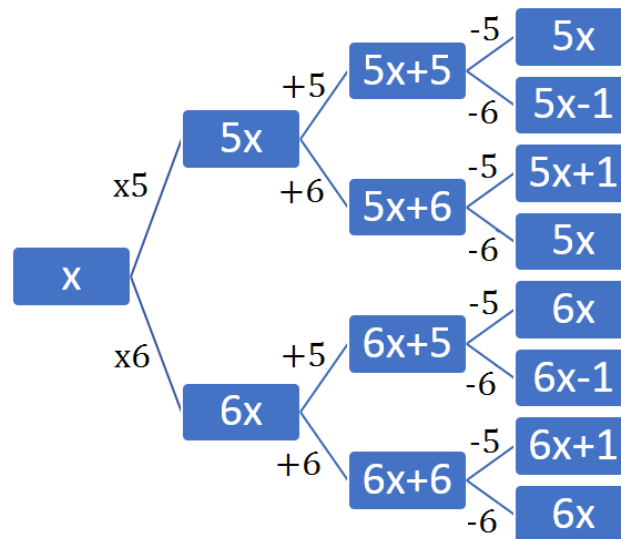
Συνεπώς πάλι 6 καγκουρό τρώνε 100 δεμάτια άχυρο σε 100 λεπτά.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 4

Ο Αντώνης σκέφτηκε ένα φυσικό αριθμό. Η Βάσω τον πολλαπλασίασε επί 5 ή επί 6. Ο Γιάννης πρόσθεσε 5 ή 6 στο αποτέλεσμα της Βάσως. Η Δανάη αφαίρεσε 5 ή 6 από το αποτέλεσμα του Γιάννη, και βρήκε αποτέλεσμα 73. Ποιος είναι ο αριθμός που σκέφτηκε ο Αντώνης;

- A) 10 B) 11 Γ) 12 Δ) 14 E) 15

Λύση


Άρα οι (διαφορετικοί) αριθμοί που προκύπτουν τελικά είναι:

$$5x, 5x - 1, 5x + 1, 6x, 6x - 1, 6x + 1$$

Ο αριθμός x πρέπει να είναι φυσικός, οπότε μόνο αν λύσουμε την εξίσωση

$$6x + 1 = 73$$

θα βρούμε λύση φυσικό αριθμό.

Συγκεκριμένα:

$$6x + 1 = 73 \Rightarrow$$

$$6x + 1 - 1 = 73 - 1 \Rightarrow$$

$$6x = 72 \Rightarrow$$

$$x = 12$$

Σωστό το Γ

Ερώτηση 5

Στην ισότητα γινομένων

$$A \cdot B \cdot \Gamma \cdot \Delta \cdot E = A \cdot Z \cdot H \cdot \Theta \cdot I \cdot K$$

το κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό από τα ψηφία 0, 1, 2, 3,, 9. Πόσες διαφορετικές τιμές μπορεί να έχει το γινόμενο

$A \cdot \Gamma \cdot H \cdot K$;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

Λύση

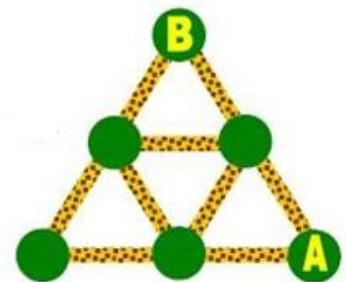
Το γράμμα A αντιστοιχεί υποχρεωτικά στον αριθμό 0, καθώς είναι το μόνο γράμμα που εμφανίζεται 2 φορές στην ισότητα και ώστε να ισχύει $0 = 0$. Προφανώς τα υπόλοιπα γράμματα μπορούν να είναι οποιαδήποτε από τα ψηφία 1, 2, 3, ..., 9.

Αφού το γράμμα A αντιστοιχεί στον αριθμό 0, το γινόμενο $A \cdot \Gamma \cdot H \cdot K$ μπορεί να πάρει μόνο την τιμή 0.

Σωστό το A

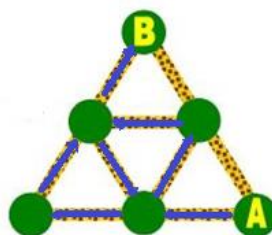
Ερώτηση 6

Κάθε ένα από τα 9 μονοπάτια στο πάρκο της εικόνας είναι 100 μέτρα. Ο Οδυσσέας θέλει να πάει από το σημείο A στο B χωρίς να διασχίσει το ίδιο μονοπάτι περισσότερες από μία φορές. Πόσο είναι το μήκος της μεγαλύτερης δυνατής διαδρομής που μπορεί να κάνει;



- A) 900 μέτρα B) 800 μέτρα Γ) 700 μέτρα Δ) 600 μέτρα E) 400 μέτρα

Λύση



Αφού ο Οδυσσέας περνάει από συνολικά 7 μονοπάτια σύμφωνα με το σχήμα οπότε έχει διανύσει συνολικά 700 μέτρα.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 7

Η Ελένη και ο Πέτρος πήγαν εκδρομή στα βουνά. Στην αρχή της διαδρομής τους είδανε μια πινακίδα που έλεγε ότι το τέλος της διαδρομής τους απέχει 2 ώρες και 55 λεπτά με τα πόδια, αν περπατάει κανείς με κανονική ταχύτητα. Ξεκίνησαν την διαδρομή τους ακριβώς στις 12 το μεσημέρι, αλλά περπατούσαν λίγο πιο γρήγορα από το κανονικό. Στη 1 μμ σταμάτησαν σε μια νέα πινακίδα που έλεγε ότι το τέλος της διαδρομής τους απέχει 1 ώρα και 15 λεπτά αν περπατάει κανείς κανονικά. Αφού ξεκουράστηκαν σε αυτό το σημείο για 15 λεπτά της ώρας, συνέχισαν να περπατάνε με τον ίδιο ρυθμό που περπατούσαν όλη την ώρα. Τι ώρα θα φτάσουν στον προορισμό τους;

A) στις 2:30 μμ B) στις 2:00 μμ Γ) στις 2:55 μμ Δ) στις 3:10 μμ

E) στις 3:20 μμ

Λύση

Η 1 ώρα και 40 λεπτά είναι 100 λεπτά. Σχηματίζουμε την αναλογία:

Η Ελένη κι ο Πέτρος σε **60 λεπτά** έκαναν μια διαδρομή που με κανονικό περπάτημα θα ήθελε **100 λεπτά**.

Η Ελένη κι ο Πέτρος σε **x λεπτά** έκαναν μια διαδρομή που με κανονικό περπάτημα θα ήθελε **75 λεπτά**.

Έχουμε δηλαδή:

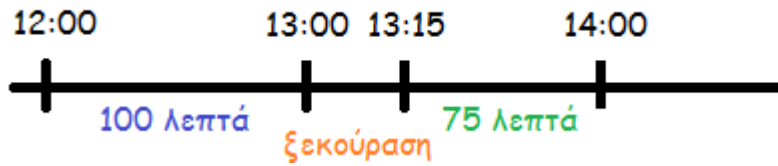
$$100 \cdot x = 60 \cdot 75 \Rightarrow$$

$$100 \cdot x = 4500 \Rightarrow$$

$$x = \frac{4500}{100} = 45 \text{ λεπτά}$$

Συνεπώς η Ελένη και ο Πέτρος ξεκινάνε στις 13:15 και φτάνουν στις 14:00, δηλαδή στις 2:00 μ.μ.

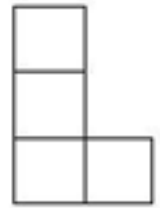
Σχηματικά έχουμε:



Σωστό το Β

Ερώτηση 8

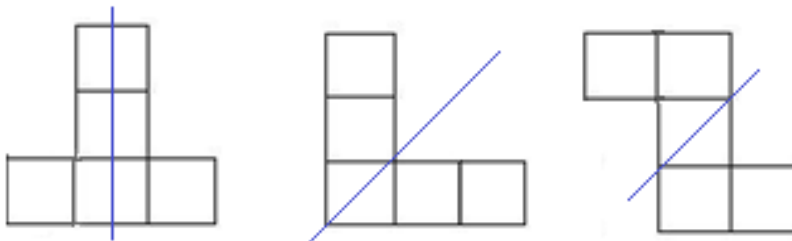
Η εικόνα δίπλα δείχνει ένα σχήμα που αποτελείται από τέσσερα ίσα τετράγωνα. Θέλουμε να προσθέσουμε άλλο ένα ίδιο τετράγωνο έτσι ώστε το σχήμα που θα προκύψει να έχει άξονα συμμετρίας. Με πόσους τρόπους μπορούμε να το καταφέρουμε αυτό;



- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 5 Ε) 6

Λύση

Οι δυνατοί τρόποι είναι τρεις και φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Σωστό το Γ

Ερώτηση 9

Πόσους διαιρέτες έχει ο 3600;

- A) 6 B) 9 Γ) 27 Δ) 45 Ε) 300

Λύση

Βρίσκουμε την ανάλυση του 3600 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\begin{array}{r|l} 3600 & 2 \\ 1800 & 2 \\ 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Άρα έχουμε:

$$3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

Οι διαιρέτες λοιπόν του 3600, είναι το γινόμενο των εκθετών της ανάλυσης του σε πρώτους παράγοντες, προστιθέμενου του 1.

Δηλαδή:

$$\text{Πλήθος διαιρετών του } 3600 = (4 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (2 + 1) = 5 \cdot 3 \cdot 3 = 45$$

Σωστό το Γ

Ερώτηση 10

Ο Διόφαντος βρήκε με το κομπιουτεράκι του ότι $\frac{1111}{101} = 11$. Πόσο κάνει

$$\frac{3333}{101} + \frac{4444}{202};$$

- A) 5 B) 9 Γ) 11 Δ) 55 Ε) 99



Λύση

Έχουμε:

$$\frac{3333}{101} = \frac{3 \cdot 1111}{101} = 3 \cdot 11 = 33$$

$$\frac{4444}{202} = \frac{4}{2} \cdot \frac{1111}{101} = 2 \cdot 11 = 22$$

Άρα $33 + 22 = 55$.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 11

Ένα συρτάρι περιέχει 2 κόκκινες κάλτσες, 3 μπλε, 10 άσπρες, 4 πράσινες και 3 μαύρες. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από κάλτσες που πρέπει να βγάλουμε από το συρτάρι για να είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι θα βγάλουμε τουλάχιστον δύο κάλτσες με το ίδιο χρώμα;



- A) 2 B) 12 Γ) 10 Δ) 5 E) 6

Λύση

Αν βγάλουμε 5 κάλτσες τότε όλες οι κάλτσες μπορεί να έχουν διαφορετικό χρώμα.

Αν βγάλουμε άλλη μια κάλτσα τότε αυτή σίγουρα θα έχει το ίδιο χρώμα με αυτές που βγήκαν ήδη. Άρα ο μικρότερος αριθμός από κάλτσες που πρέπει να βγάλουμε από το συρτάρι για να είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι θα βγάλουμε τουλάχιστον 2 κάλτσες με το ίδιο χρώμα είναι 6.

Σωστό το E

Ερώτηση 12

Σήμερα ο Ηρακλής και η μητέρα του έχουν τα γενέθλια τους. Το γινόμενο των ηλικιών τους είναι 705. Πόσο είναι το άθροισμα των ηλικιών τους;

- A) 146 B) 5 Γ) 62 Δ) 55
E) κανένα από τα προηγούμενα

Λύση

Βρίσκουμε την ανάλυση του 705 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\begin{array}{r|l} 705 & 3 \\ 235 & 5 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array}$$

Δηλαδή:

$$705 = 3 \cdot 5 \cdot 47$$

Εξετάζουμε όλα τα δυνατά ζεύγη αριθμών για την ηλικία του Ηρακλή και της μητέρας του.

- Είναι αδύνατο η ηλικία του Ηρακλή να είναι 1 και της μητέρας του 705, ώστε $1 \cdot 705 = 705$.
- Επίσης είναι αδύνατο η ηλικία του Ηρακλή να είναι 3 και της μητέρας του 235, ώστε $3 \cdot 235 = 705$.
- Με παρόμοιο τρόπο απορρίπτεται και η περίπτωση η ηλικία του Ηρακλή να είναι 5 και της μητέρας του 141.

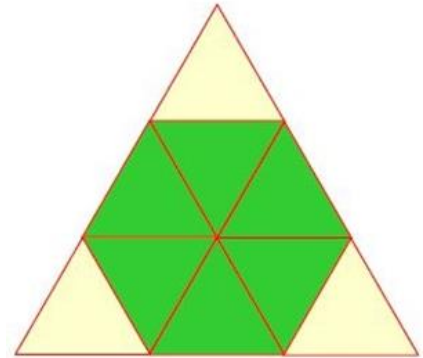
Άρα ο Ηρακλής είναι 15 και η μητέρα του 47, ώστε να ισχύει $15 \cdot 47 = 705$.

Σωστό το Γ

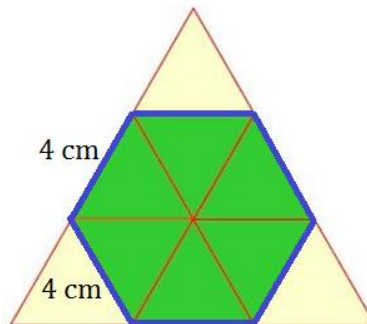
Ερώτηση 13

Το τρίγωνο στο διπλανό σχήμα αποτελείται από 9 ολόιδια ισόπλευρα τρίγωνα. Η περίμετρος του εξωτερικού μεγάλου τριγώνου είναι 36 εκατοστά. Πόση είναι η περίμετρος του χρωματισμένου εσωτερικού εξαγώνου;

- A) 6 εκατοστά B) 12 εκατοστά Γ) 18 εκατοστά
Δ) 24 εκατοστά Ε) 30 εκατοστά



Λύση



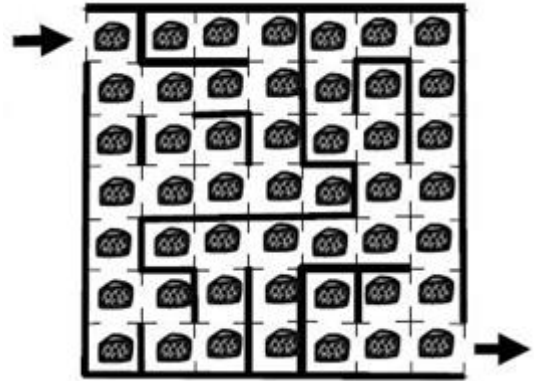
Αφού η περίμετρος του εξωτερικού μεγάλου τριγώνου είναι 36 εκατοστά, η κάθε πλευρά του θα είναι $36:3 = 12 \text{ cm}$. Επίσης η κάθε πλευρά του μεγάλου ισόπλευρου τριγώνου χωρίζεται σε 3 μικρότερες πλευρές ίσου μήκους, οπότε αυτές θα έχουν μήκος $12:3 = 4 \text{ cm}$.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 14

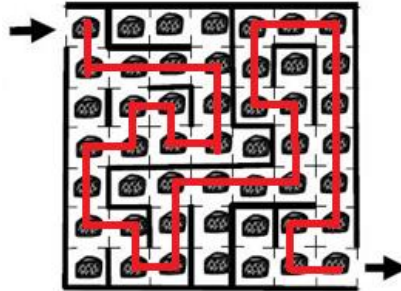
Ο Μίκη ο ποντικός θέλει να διασχίσει τον λαβύρινθο για να μαζέψει τυριά. Δεν επιτρέπεται να μπει δύο φορές στο ίδιο τετραγωνάκι. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός τυριών που μπορεί να μαζέψει ο Μίκη;

- A) 17 B) 33 Γ) 37 Δ) 41 E) 49



Λύση

Η διαδρομή που θα ακολουθήσει φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 15

Ένας 3x3 πίνακας περιέχει φυσικούς αριθμούς (βλέπε το σχήμα). Ο Νίκος και ο Πέτρος έσβησαν από τέσσερις αριθμούς ο καθένας έτσι ώστε α) οι 8 σβησμένοι αριθμοί είναι όλοι διαφορετικοί μεταξύ τους και β) το άθροισμα των αριθμών που έσβησε ο Νίκος ήταν τριπλάσιο από το άθροισμα των αριθμών που έσβησε ο Πέτρος. Ποιος είναι ο αριθμός που παρέμεινε άσβηστος στον πίνακα;

4	12	8
13	24	14
7	5	23

- A) 4 B) 7 Γ) 14 Δ) 23 E) 24

Λύση

Ο Νίκος έσβησε τους αριθμούς 12, 13, 24, 23. Τότε το άθροισμα των αριθμών του είναι $12 + 13 + 24 + 23 = 72$.

Ο Πέτρος έσβησε τους αριθμούς 4, 8, 7, 5. Τότε το άθροισμα των αριθμών του είναι $4 + 8 + 7 + 5 = 24$.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 16

Ποιο είναι το αποτέλεσμα της πράξης $\frac{2014 \cdot 2014 - 2014}{2014}$;

- A) 0 B) 1 Γ) 2013 Δ) 2014 E) $\frac{2013}{2014}$

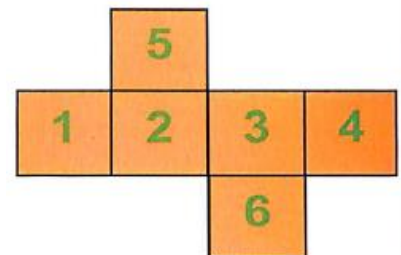
Λύση

$$\frac{2014 \cdot 2014 - 2014}{2014} = \frac{2014 \cdot (2014 - 1)}{2014} = 2013$$

Σωστό το Γ

Ερώτηση 17

Η εικόνα δείχνει το ανάπτυγμα ενός κύβου. Ο κύριος Ευκλείδης πρόσθεσε τους αριθμούς στις απέναντι έδρες του κύβου. Ποιες είναι οι τρεις απαντήσεις που βρήκε;



- A) 4, 6 και 11 B) 4, 5 και 12
 Γ) 5, 6 και 10 Δ) 5, 7 και 9 E) 5, 8 και 8

Λύση

- Η πλευρά 1 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 3. Τότε $3+1=4$
- Η πλευρά 4 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 2. Τότε $4+2=6$
- Η πλευρά 5 βρίσκεται απέναντι από την πλευρά 6. Τότε $5+6=11$.

Σωστό το Α

Ερώτηση 18

Ποια είναι η ημερομηνία της ογδοηκοστής ημέρας του έτους 2014;

- A) 18 Μαρτίου B) 19 Μαρτίου Γ) 20 Μαρτίου Δ) 21 Μαρτίου
E) 22 Μαρτίου

Λύση

Ο Ιανουάριος του 2014 έχει 31 ημέρες και ο Φεβρουάριος του 2014, 28 ημέρες. Μαζί ο Ιανουάριος και ο Φεβρουάριος έχουν $31 + 28 = 59$ ημέρες. Άρα μας υπολείπονται ακόμα $80 - 59 = 21$ ημέρες. Άρα η 80^η ημέρα του 2014 είναι η 21 Μαρτίου.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 19

Η Αίθρα έχει ένα ψαλίδι και πέντε γράμματα από χαρτόνι, όπως στην εικόνα. Κόβει το κάθε γράμμα με *μία* ψαλιδιά (κατά μήκος ευθείας γραμμής) με τρόπο ώστε να το κόψει σε όσο γίνεται περισσότερα κομμάτια. Ποιο γράμμα θα της δώσει τα περισσότερα κομμάτια;

- A) B) Γ) Δ) E)



Λύση



- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας το γράμμα O είναι 2.

- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας τα γράμματα F, S και H είναι 3.
- Ο μεγαλύτερος αριθμός κομματιών που μπορούμε να πάρουμε κόβοντας το γράμμα M είναι 4.

Σωστό το E

Ερώτηση 20

Η Αθηνά θέλει να γράψει από έναν αριθμό στα τετραγωνάκια ενός 3x3 τετραγώνου. Θέλει το άθροισμα των δύο αριθμών σε οποιαδήποτε δύο τετραγωνάκια που έχουν κοινή πλευρά να είναι το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις. Δύο αριθμοί είναι κίτλας γραμμένοι. Πόσο είναι το άθροισμα όλων των αριθμών στον πίνακα;

2		
		3

- A) 18 B) 20 Γ) 21 Δ) 22 E) 23

Λύση

2	3	2
3	2	3
2	3	2

Το άθροισμα όλων των αριθμών σε όλα τα τετραγωνάκια του 3x3 τετραγώνου είναι:

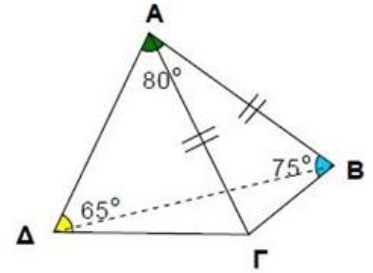
$$2+3+2+3+2+3+2+3+2=22$$

Σωστό το Δ

Ερώτηση 21

Σε ένα κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι $AB = AG$ και γωνία $\widehat{BAD} = 80^\circ$, γωνία $\widehat{ABG} = 75^\circ$, γωνία $\widehat{ADG} = 65^\circ$. Πόση είναι η γωνία \widehat{ADB} ;

- A) 55° B) 50° Γ) 45° Δ) 35° Ε) 20°


Λύση

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές, οπότε $\widehat{ABG} = \widehat{AGB} = 75^\circ$. Άρα:

$$\widehat{GAB} = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ$$

$$\widehat{DAG} = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$$

$$\widehat{DGA} = 180^\circ - 65^\circ - 50^\circ = 65^\circ$$

Άρα το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ισοσκελές. Ισχύει:

$$\widehat{ADB} + \widehat{DBA} + \hat{A} = 180^\circ$$

Όμως $\widehat{ADB} = \widehat{DBA}$ και $\hat{A} = 80^\circ$ οπότε οι γωνίες \widehat{ADB} , \widehat{DBA} πρέπει να είναι από 50° .

Σωστό το Β