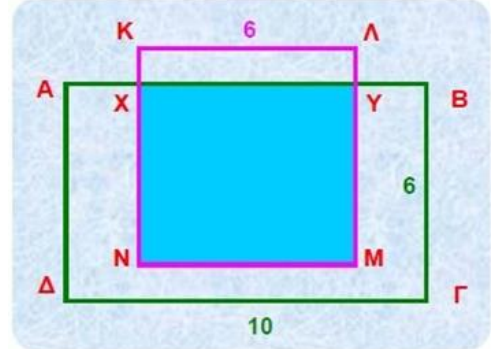


Απαντήσεις Εβδομαδιαίου φύλλου ασκήσεων 4

Ερώτηση 1

Στην εικόνα βλέπουμε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με μήκος 10 και πλάτος 6 και ένα τετράγωνο ΚΛΜΝ με πλευρά 6. Αν το γαλάζιο ορθογώνιο έχει εμβαδόν όσο το μισό του ΑΒΓΔ, πόσο είναι το μήκος ΚΧ;

- Α) 1 Β) 1,5 Γ) 2 Δ) 2,5
 Ε) 4



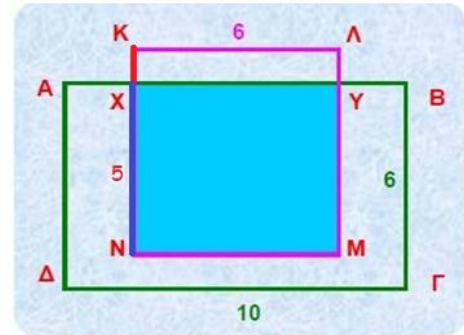
Λύση

Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι

$$Εμβ_{ΑΒΓΔ} = 6 \cdot 10 = 60$$

Το εμβαδόν του τετραγώνου ΧΥΜΝ είναι:

$$Εμβ_{ΧΥΜΝ} = \frac{60}{2} = 30$$



Όμως το εμβαδόν του τετραγώνου ΧΥΜΝ δίνεται από τον τύπο:

$$Εμβ_{ΧΥΜΝ} = ΝΜ \cdot ΧΝ$$

Άρα:

$$ΝΜ \cdot ΧΝ = 30 \Rightarrow$$

$$6 \cdot ΧΝ = 30 \Rightarrow$$

$$ΧΝ = \frac{30}{6} = 5$$

Το ΚΛΜΝ όμως είναι τετράγωνο οπότε θα ισχύει $ΚΝ = ΚΛ = 6$.

Άρα

$$ΚΧ = ΚΝ - ΧΝ = 6 - 5 = 1$$

Σωστό το Α

Ερώτηση 2

Στο πηλίκο $\frac{\text{Κ} \cdot \text{Α} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Κ} \cdot \text{Ο} \cdot \text{Υ} \cdot \text{Ρ} \cdot \text{Ο}}{\text{Κ} \cdot \text{Ε} \cdot \text{Φ} \cdot \text{Ι}}$, κάθε γράμμα παριστάνει ένα διαφορετικό ψηφίο από 1 έως το 9. Ίδια γράμματα παριστάνουν το ίδιο ψηφίο. Ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή αυτού του πηλίκου;

- A) 1 B) 2 Γ) $\frac{1}{7}$ Δ) $\frac{10}{7}$ Ε) $\frac{40}{7}$

Λύση

Για να είναι το πηλίκο όσο το δυνατόν μικρότερο θα πρέπει ο παρονομαστής να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος και ο αριθμητής όσο το δυνατόν μικρότερος. Δηλαδή:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Κ} \cdot \text{Α} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Κ} \cdot \text{Ο} \cdot \text{Υ} \cdot \text{Ρ} \cdot \text{Ο}}{\text{Κ} \cdot \text{Ε} \cdot \text{Φ} \cdot \text{Ι}} &= \frac{\text{Α} \cdot \text{Γ} \cdot \text{Κ} \cdot \text{Ο} \cdot \text{Υ} \cdot \text{Ρ} \cdot \text{Ο}}{\text{Ε} \cdot \text{Φ} \cdot \text{Ι}} = \\ &= \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 1}{7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{720}{504} = \frac{10}{7} \end{aligned}$$

Σωστό το Δ

Ερώτηση 3

Πόσοι φυσικοί αριθμοί από το 1 μέχρι το 30 (συμπεριλαμβανομένων των 1 και 30) έχουν την ιδιότητα το τετράγωνο τους και ο κύβος τους να έχουν ίσο πλήθος ψηφίων;

- A) κανένας B) 1 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 9

Οι ζητούμενοι αριθμοί είναι 1, 2 και 4, διότι:

$$1^2 = 1 \text{ και } 1^3 = 1$$

$$2^2 = 4 \text{ και } 2^3 = 8$$

$$4^2 = 16 \text{ και } 4^3 = 64$$

Σωστό το Γ

Ερώτηση 4

Εξετάζουμε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, ..., 10000. Τι ποσοστό από αυτούς τους αριθμούς είναι τέλεια τετράγωνα;

- A) 1% B) 1,5% Γ) 2% Δ) 2,5% Ε) 5%

Λύση

Ανάμεσα στο 1 και το 10000 έχουμε 100 αριθμούς που είναι τέλεια τετράγωνα (οι αριθμοί 1 έως 100). Άρα το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{100}{10000} \cdot 100 \% = 1 \%$$

Σωστό το A

Ερώτηση 5




Οι δράκοι στο δάσος έχουν ένα από τρία χρώματα, πράσινο, κίτρινο ή καφέ. Τρία παιδιά προσπάθησαν να μαντέψουν τι χρώμα έχει ο δράκος στο γειτονικό δάσος. Οι μαντεψιές τους ήταν

- ✓ δεν είναι πράσινος
- ✓ είναι ή κίτρινος ή καφέ
- ✓ είναι κίτρινος

Αν τουλάχιστον ένα παιδί μάντεψε σωστά και τουλάχιστον ένα μάντεψε λάθος, τι χρώμα έχει ο δράκος;

- A) πράσινο B) κίτρινο Γ) ή πράσινο ή κίτρινο Δ) καφέ
Ε) δεν φτάνουν αυτές οι πληροφορίες για να απαντήσουμε

Λύση

- Αν είναι το χρώμα του δράκου **πράσινο**:
 -  Το πρώτο παιδί απαντά λάθος
 -  Το δεύτερο παιδί απαντά λάθος
 -  Το τρίτο παιδί απαντά λάθος

- Αν είναι το χρώμα του δράκου **κίτρινο**:
 - ✚ Το πρώτο παιδί απαντά σωστά
 - ✚ Το δεύτερο παιδί απαντά σωστά
 - ✚ Το τρίτο παιδί απαντά σωστά
- Αν είναι το χρώμα του δράκου **καφέ**:
 - ✚ Το πρώτο παιδί απαντά σωστά
 - ✚ Το δεύτερο παιδί απαντά σωστά
 - ✚ Το τρίτο παιδί απαντά λάθος

Εμείς θέλουμε τουλάχιστον μία σωστή και τουλάχιστον μία λάθος απάντηση οπότε το χρώμα του δράκου είναι καφέ (δηλαδή έχουμε 2 σωστές και 1 λάθος απάντηση)

Σωστό το Δ

Ερώτηση 6

Ένα ψηφιακό ρολόι αυτή την στιγμή δείχνει ώρα 20:11. Σε πόσα λεπτά αργότερα θα δείξει για πρώτη φορά κάποια ώρα που σχηματίζεται από τα ψηφία 0, 1, 1, 2 με κάποια σειρά;

- A) σε 40 λεπτά B) σε 45 λεπτά Γ) σε 50 λεπτά Δ) σε 55 λεπτά
E) σε 60 λεπτά

Λύση

Οι δυνατές ώρες που μπορούν να σχηματιστούν με τα ψηφία 0, 1, 1, 2 είναι οι 10:12, 10:21, 01:12, 01:21, 21:10, 21:01, 02:11.

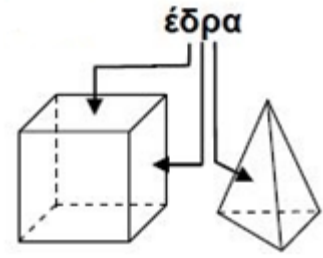
Συνεπώς το ρολόι θα δείξει για πρώτη φορά 21:01, δηλαδή 50 λεπτά μετά τις 20:11.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 7

Η Έλλη έχει 5 κύβους και 3 τετράεδρα (τριγωνικές πυραμίδες). Πόσες είναι οι έδρες τους συνολικά;

- A) 42 B) 48 Γ) 50 Δ) 52 E) 56



Λύση

✚ Ο κύβος έχει 6 έδρες. Άρα οι 5 κύβοι έχουν 30 έδρες.

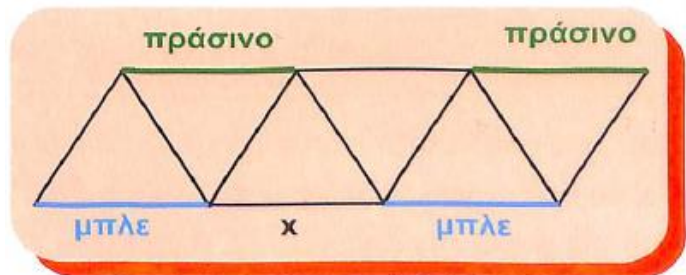
✚ Το τετράεδρο έχει 4 έδρες. Άρα 3 τετράεδρα έχουν 12 έδρες.

Συνολικά οι έδρες είναι $30+12=42$.

Σωστό το A

Ερώτηση 8

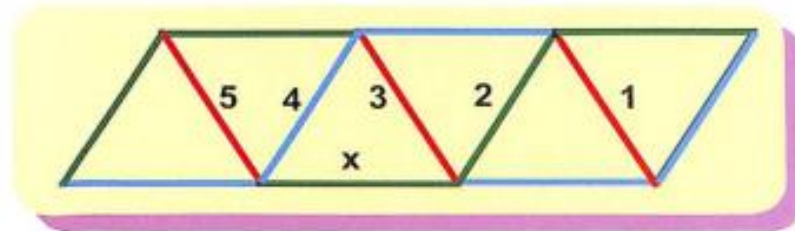
Οι πλευρές των τριγώνων στο διπλανό σχήμα έχουν χρωματισθεί είτε μπλε είτε πράσινο είτε κόκκινο χρώμα. Σε κάθε τρίγωνο οι τρεις πλευρές του έχουν μεταξύ τους διαφορετικό χρώμα. Μερικά χρώματα φαίνονται στο σχήμα. Τι χρώμα έχει χρωματισθεί η πλευρά που έχει σημειωθεί με ένα x ;



- A) υποχρεωτικά πράσινο
B) υποχρεωτικά μπλε
Γ) υποχρεωτικά κόκκινο
Δ) είτε μπλε είτε κόκκινο
E) τέτοιος χρωματισμός είναι αδύνατος

Λύση

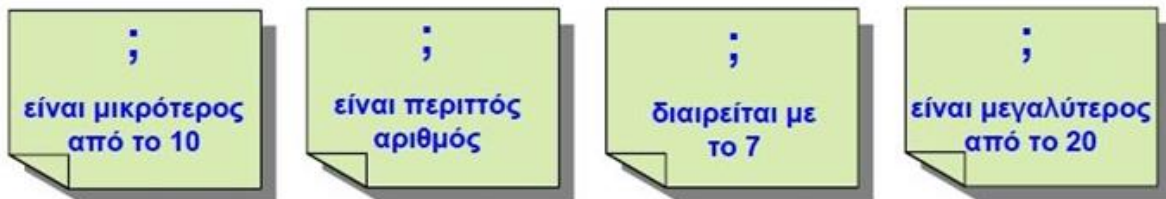
Οι χρωματισμένες πλευρές είναι όπως στο παρακάτω σχήμα:



Σωστό το Α

Ερώτηση 9

Στα τέσσερα χαρτιά της εικόνας είναι γραμμένοι με κάποια σειρά οι αριθμοί 2, 5, 7 και 12, ανά ένας στο κάθε χαρτί. Σε όλες τις περιπτώσεις ο αριθμός *δεν* αντιστοιχεί σε αυτό που δηλώνει η πρόταση στο ίδιο χαρτί.



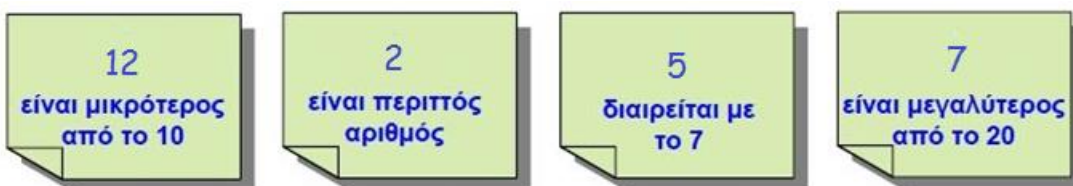
Ποιος είναι ο αριθμός στο χαρτί με την πρόταση "είναι μεγαλύτερος από το 20";

A) 2 B) 5 Γ) 7 Δ) 12

E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

Λύση

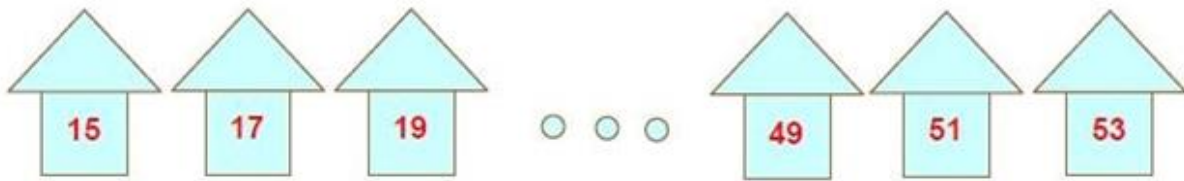
Οι αριθμοί στα χαρτάκια θα είναι:



Σωστό το Γ

Ερώτηση 10

Ο Χάρης είναι ταχυδρόμος. Μια μέρα που μοιράζει δέματα στην οδό Καγκουροπόλεως έχει να πάει από ένα δέμα σε κάποια σπίτια με διεύθυνση περιττούς αριθμούς. Το πρώτο σπίτι που πήγε στην οδό Καγκουροπόλεως ήταν στο νούμερο 15 και το τελευταίο ήταν στο νούμερο 53, ενώ επισκέφτηκε και όλα τα ενδιάμεσα σπίτια που έχουν περιττό αριθμό στη διεύθυνση τους. Σε πόσα σπίτια πήγε δέμα ο Χάρης;






- A) 10 B) 20 Γ) 27 Δ) 38 E) 53

Λύση

Τα σπίτια με περιττό αριθμό που δίνονται στο σχήμα είναι 6.

Σε κάθε δεκάδα αριθμών υπάρχουν 5 περιττοί αριθμοί. Συνεπώς:

-  Από 20 έως 30 έχουμε 5 περιττούς αριθμούς.
-  Από 30 έως 40 έχουμε 5 περιττούς αριθμούς.
-  Από 40 έως 48 έχουμε 4 περιττούς αριθμούς.

Άρα συνολικά τα σπίτια με περιττό αριθμό είναι $5 + 5 + 4 + 6 = 20$.

Σωστό το Β

Ερώτηση 11

Η γιαγιά τηγάνισε 6 πίτες. Τις αρίθμησε 1, 2, 3, 4, 5 και 6 με τη σειρά που τις έφτιαξε. Όσο τις ετοιμάζε, ερχόταν κάθε τόσο το εγγονάκι της στη κουζίνα και έτρωγε την πιο ζεστή από τις ψημένες πίτες (δηλαδή την πιο πρόσφατη). Ποια από τις παρακάτω αποκλείεται να είναι η σειρά με τις οποίες το εγγονάκι έφαγε τις πίτες;



- A) 123456 B) 125436 Γ) 325461 Δ) 456231 E) 654321

Λύση

Η σειρά 325461 είναι για παράδειγμα σωστή αφού η γιαγιά τηγανίζει πρώτα τις πίτες 1, 2 και 3. Τρώει πρώτα το εγγονάκι την 3. Πριν η γιαγιά φτιάξει άλλη πίτα όμως, το εγγονάκι τρώει και την 2. Έπειτα η γιαγιά ετοιμάζει τις 4 και 5. Τρώει την 5 και μετά την 4. Έπειτα, η γιαγιά ετοιμάζει και την 6 οπότε μόλις είναι έτοιμη την τρώει το εγγονάκι και τέλος τρώει και την 1 η οποία βγήκε τελευταία από το τηγάνι.

Η σειρά που αποκλείεται να είναι, είναι η 456231. Αυτό συμβαίνει διότι μετά τις πίτες 4,5 και 6 η πιο ζεστή πίτα ήταν η 3 αλλά το εγγονάκι έφαγε την 2.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 12

Ο μπάρμπα Γιάννης πήγε στο παζάρι όπου οι άνθρωποι έκαναν ανταλλαγή τα προϊόντα τους, όπως φαίνεται στον πίνακα. Πόσες κότες πρέπει να φέρει μαζί του στο παζάρι ο μπάρμπα Γιάννης αν θέλει να φύγει με μία γαλοπούλα, μία χήνα και έναν κόκορα;



- A) 18 B) 17 Γ) 16 Δ) 15 Ε) 14

Λύση

Έχουμε ότι:

$$3 \text{ κόκορες} = 1 \text{ χήνα} + 2 \text{ κότες}$$

Όμως ανταλλάσσει 1 χήνα με κότες οπότε:

$$3 \text{ κόκορες} = 4 \text{ κότες} + 2 \text{ κότες} = 6 \text{ κότες}$$

Συνεπώς:

$$1 \text{ κόκορας} = 2 \text{ κότες}$$

$$1 \text{ γαλοπούλα} = 10 \text{ κότες}$$

$$1 \text{ χήνα} = 4 \text{ κότες}$$

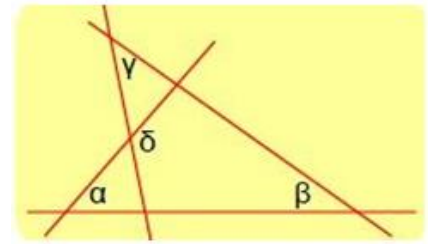
Άρα συνολικά $2+10+4=16$ κότες

Σωστό το Γ

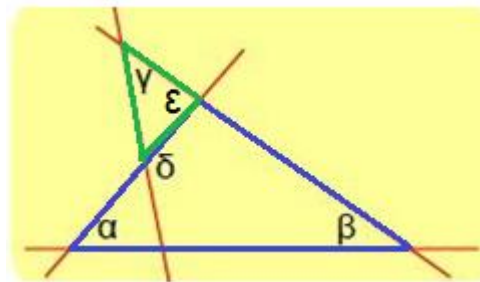
Ερώτηση 13

Στο σχήμα οι γωνίες είναι $\hat{\alpha} = 55^\circ$, $\hat{\beta} = 40^\circ$ και $\hat{\gamma} = 35^\circ$. Πόσες μοίρες είναι η γωνία δ ;

- A) 100° B) 105° Γ) 120° Δ) 125° E) 130°



Λύση



- Η γωνία ϵ είναι εξωτερική στο μπλε τρίγωνο. Συνεπώς, αυτή ισούται με το άθροισμα των 2 απέναντι εσωτερικών γωνιών του μπλε τριγώνου. Δηλαδή:

$$\epsilon = \alpha + \beta = 55^\circ + 40^\circ = 95^\circ$$

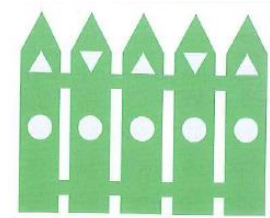
- Η γωνία δ είναι εξωτερική στο πράσινο τρίγωνο. Συνεπώς, αυτή ισούται με το άθροισμα των 2 απέναντι εσωτερικών γωνιών του πράσινου τριγώνου. Δηλαδή:

$$\delta = \gamma + \epsilon = 35^\circ + 95^\circ = 130^\circ$$

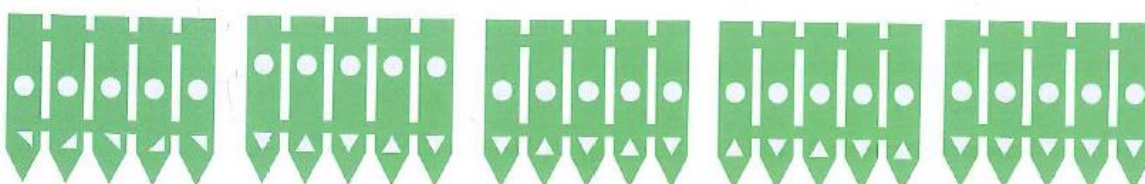
Σωστό το E

Ερώτηση 14

Οι σανίδες ενός ξύλινου φράχτη είναι γεμάτες τρύπες με γεωμετρικά σχήματα. Μια μέρα φύσηξε δυνατός αέρας και έριξε τον φράχτη στο οριζόντιο έδαφος. Ποια από τις παρακάτω εικόνες θα δούμε αν πλησιάσουμε τον φράχτη;

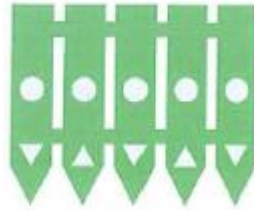


- A) B) Γ) Δ) E)



Λύση

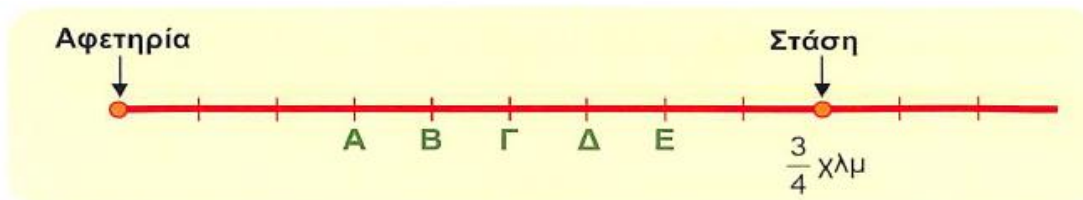
Τα τρίγωνα που βρίσκονται στο πάνω μέρος του φράχτη θα πρέπει να βρίσκονται τώρα στο κάτω μέρος του φράχτη, γυρισμένα ανάποδα. Επίσης οι κύκλοι θα πρέπει να βρίσκονται πιο κοντά προς τις μύτες του φράχτη. Άρα το σωστό σχήμα είναι το:



Σωστό το Γ

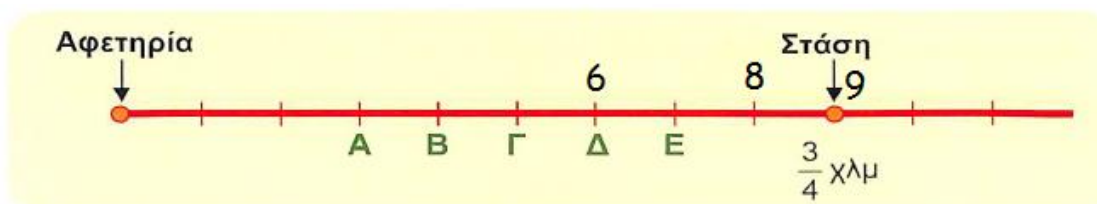
Ερώτηση 15

Στην εικόνα βλέπουμε έναν χάρτη. Η απόσταση από την **Αφετηρία** μέχρι την **Στάση** είναι $\frac{3}{4}$ του χιλιομέτρου. Ποιο σημείο βρίσκεται σε απόσταση $\frac{1}{2}$ του χιλιομέτρου από την **Αφετηρία**;



- Α) το Α Β) το Β Γ) το Γ Δ) το Δ
 Ε) το Ε

Λύση



- Τα $\frac{3}{4}$ του χιλιομέτρου είναι 750 μέτρα.

- Το $\frac{1}{2}$ του χιλιομέτρου είναι 500 μέτρα.

Όμως ισχύει ότι $750=250+250+250$ και $500=250+250$.

Άρα τα 500 μέτρα είναι τα $\frac{2}{3}$ των 750 μέτρων.

Εμείς όμως θέλουμε το σημείο στα $\frac{2}{3}$ της απόστασης από την Αφετηρία μέχρι τη Στάση, οπότε θα πρέπει να μετρήσουμε 9 γραμμές. Τα $\frac{2}{3}$ του 9 είναι 6 οπότε το ζητούμενο σημείο είναι το Δ στο σχήμα.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 16

Αν $\alpha - 1 = \beta + 2 = \gamma - 3 = \delta + 4 = \varepsilon - 5$, ποιος από τους αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ή ε είναι ο μεγαλύτερος;

- A) α B) β Γ) γ Δ) δ E) ε

Λύση

Έστω:

$$\alpha - 1 = \beta + 2 = \gamma - 3 = \delta + 4 = \varepsilon - 5 = x$$

Άρα:

$$\alpha - 1 = x \Rightarrow \alpha = x + 1$$

$$\beta + 2 = x \Rightarrow \beta = x - 2$$

$$\gamma - 3 = x \Rightarrow \gamma = x + 3$$

$$\delta + 4 = x \Rightarrow \delta = x - 4$$

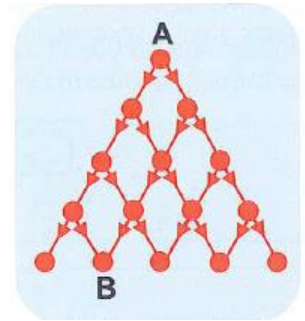
$$\varepsilon - 5 = x \Rightarrow \varepsilon = x + 5$$

Από τους αριθμούς $x + 1, x - 2, x + 3, x - 4, x + 5$ ο πιο μεγάλος είναι ο $x + 5$.
Δηλαδή ο ε .

Σωστό το Ε

Ερώτηση 17

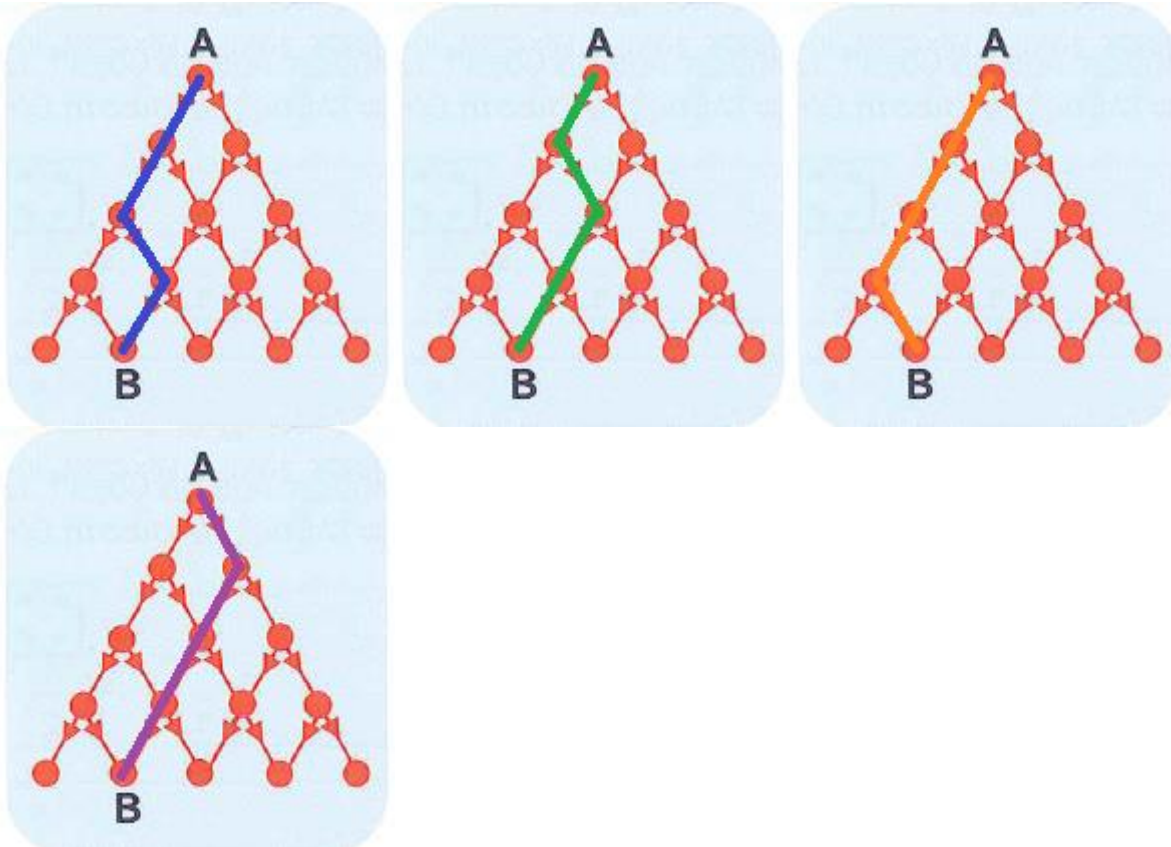
Πόσες διαφορετικές διαδρομές υπάρχουν από τον κόμβο σημειωμένο με το γράμμα Α μέχρι τον κόμβο σημειωμένο με το γράμμα Β; Οι διαδρομές πρέπει να είναι κατά μήκος των σημειωμένων γραμμών και να ακολουθούν την φορά που δείχνουν τα βελάκια.



- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6

Λύση

Οι δυνατές διαδρομές είναι οι εξής:



Σωστό το Γ

Ερώτηση 18

Το ρολόι του Αρχιμήδη είναι συνεχώς 10 λεπτά πίσω από την πραγματική ώρα αλλά ο ίδιος νομίζει ότι είναι συνεχώς 5 λεπτά μπροστά. Το ρολόι του Ερατοσθένη είναι συνεχώς 5 λεπτά μπροστά αλλά ο ίδιος νομίζει ότι είναι συνεχώς 10 λεπτά πίσω από την πραγματική ώρα. Κάποια στιγμή κοίταξαν και οι δύο, συγχρόνως, τα ρολόγια τους. Ο Αρχιμήδης νόμιζε ότι ήταν 12:00 η ώρα. Τι ώρα νόμιζε ο Ερατοσθένης ότι ήταν εκείνη την στιγμή;

- A) 11:30 B) 11:45 Γ) 12:00 Δ) 12:30 E) 12:45

Λύση

- ✚ Στις 12:00 το ρολόι του Αρχιμήδη το οποίο χάνει 10 λεπτά δείχνει 11:50. Αυτός νομίζει το ρολόι του κερδίζει 5 λεπτά, οπότε νομίζει ότι είναι 11:45.

Άρα στις 12:00 ο Αρχιμήδης νομίζει ότι η ώρα είναι 11:45.

- ✚ Στις 12:00 το ρολόι του Ερατοσθένη το οποίο κερδίζει 5 λεπτά δείχνει 12:05. Αυτός νομίζει ότι το ρολόι του χάνει 10 λεπτά, οπότε νομίζει ότι είναι 12:15.

Άρα στις 12:00 ο Αρχιμήδης νομίζει ότι η ώρα είναι 12:15.

Ο Ερατοσθένης νομίζει ότι η ώρα είναι $15+15=30$ λεπτά αργότερα από του Αρχιμήδη. Άρα όταν ο Αρχιμήδης νομίζει ότι είναι 12:00 ο Ερατοσθένης νομίζει ότι είναι 12:30.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 19

Το παραλληλόγραμμο ABΓΔ έχει εμβαδόν 10 m^2 . Τα σημεία K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών AB και ΓΔ, αντίστοιχα. Πόσο είναι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου KBLΔ;

- A) $0,5 \text{ m}^2$ B) 5 m^2 Γ) $2,5 \text{ m}^2$ Δ) $7,5 \text{ m}^2$ E) 10 m^2



Λύση

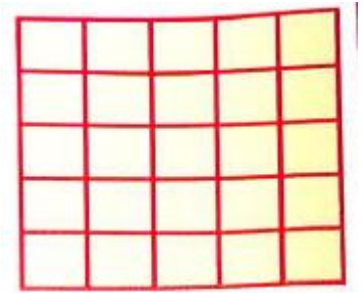
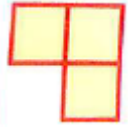
Το παραλληλόγραμμο ABΓΔ έχει εμβαδόν 10 m^2 . Τότε τα παραλληλόγραμμα KBLΔ και AKΛΔ έχουν εμβαδόν $10:2 = 5 \text{ m}^2$. Το κάθε γκρι και άσπρο κομμάτι του σχήματος έχει συνεπώς εμβαδόν $5:2 = 2,5 \text{ m}^2$. Άρα τα 2 γκρι κομμάτια του

σχήματος ενώνονται και σχηματίζουν το παραλληλόγραμμο ΚΒΛΔ το οποίο έχει εμβαδόν $5 m^2$.

Σωστό το Β

Ερώτηση 20

Έχουμε ένα τετράγωνο χαρτί διαστάσεων 5×5 . Θέλουμε να το κόψουμε με το ψαλίδι σε κομμάτια ίδια με αυτό της εικόνας αριστερά. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από τέτοια κομμάτια που μπορούμε να φτιάξουμε;



- A) 4 B) 5 Γ) 6 Δ) 7 Ε) 8

Λύση

Αποκλείεται να φτιάξουμε 9 ή περισσότερα τέτοια κομμάτια. Αν είχαμε 9 τέτοια κομμάτια τότε θα έπρεπε να έχουμε $9 \times 3 = 27$ τετραγωνάκια που δεν μπορεί να ισχύει καθώς το σχήμα μας έχει συνολικά $5 \times 5 = 25$ τετραγωνάκια. Άρα θα φτιάξουμε το πολύ 8 τέτοια σχήματα (τότε θα έχουμε $8 \times 3 = 24$ τετραγωνάκια).

Σωστό το Ε

Ερώτηση 21

Πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί της μορφής $1A5B$, όπου A και B είναι ψηφία, είναι πολλαπλάσια και του 3 και του 5;

- A) κανένας B) 6 Γ) 7 Δ) 8 Ε) περισσότεροι από 8

Λύση

- Για να είναι ο αριθμός $1A5B$ πολλαπλάσιο του 5, θα πρέπει να λήγει σε 0 ή 5. Άρα οι δυνατοί αριθμοί είναι οι $1A50$ και $1A55$.
- Για να είναι ο αριθμός $1A50$ πολλαπλάσιο του 3, θα πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 3. Το άθροισμα των ψηφίων του $1A50$ είναι:

$$1+A+5+0=6+A$$

Άρα το A μπορεί να πάρει τιμές 0 ή 3 ή 6 ή 9.

Συνεπώς οι τετραψήφιοι αριθμοί είναι οι 1050, 1350, 1650 και 1950.

- Για να είναι ο αριθμός 1A55 πολλαπλάσιο του 3, θα πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 3. Το άθροισμα των ψηφίων του 1A55 είναι:

$$1+A+5+5=11+A$$

Άρα το A μπορεί να πάρει τιμές 1 ή 4 ή 7.

Συνεπώς οι τετραψήφιοι αριθμοί είναι οι 1155, 1455 και 1755.

Συνολικά έχουμε δηλαδή 7 αριθμούς.

Σωστό το Γ