

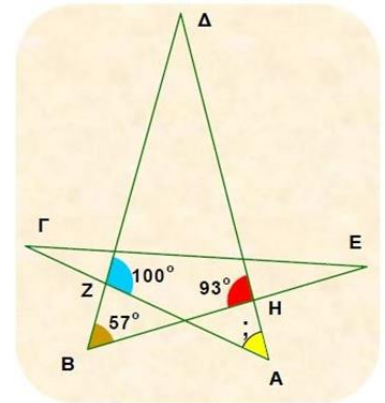
5<sup>η</sup> εβδομάδα

## Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών Kangaroo

## Ερώτηση 1

Το σχήμα δείχνει ένα πεντάγωνο αστέρι. Μερικές γωνίες είναι σημειωμένες. Πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{A}$ ;

- A)  $35^\circ$       B)  $42^\circ$       Γ)  $50^\circ$       Δ)  $65^\circ$       E)  $109^\circ$



## Λύση

- ✚ Στο τρίγωνο ΔΒΗ υπολογίζουμε τη γωνία  $\hat{\Delta}$ . Ισχύει ότι:

$$\hat{\Delta} + \hat{B} + \hat{H} = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{\Delta} + 57^\circ + 93^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{\Delta} + 150^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{\Delta} = 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{\Delta} = 30^\circ$$

- ✚ Συνεπώς στο τρίγωνο ΔΖΑ υπολογίζουμε τώρα τη γωνία  $\hat{A}$ . Ισχύει ότι:

$$\hat{A} + \hat{\Delta} + \hat{Z} = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A} + 30^\circ + 100^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A} + 130^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 130^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A} = 50^\circ$$

Σωστό το Γ

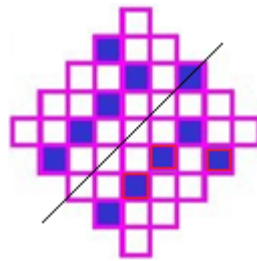
### Ερώτηση 2

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από τετράγωνα που πρέπει να μαυρίσουμε στην διπλανή εικόνα ώστε το σχήμα που θα προκύψει να έχει άξονα συμμετρίας;

- A) 4      B) 6      Γ) 5      Δ) 2      E) 3



### Λύση



Ο άξονας συμμετρίας φαίνεται στο σχήμα. Τα τετράγωνα που χρωματίζουμε ώστε το σχήμα να έχει άξονα συμμετρίας, είναι 3 και σημειώνονται με κόκκινο περίγραμμα.

Σωστό το E

### Ερώτηση 3

Γράφουμε διαδοχικά τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, ..... με το παρακάτω ζιγκ-ζαγκ τρόπο.

1η γραμμή	1				13					
2η γραμμή	2				12	14			∴	
3η γραμμή	3	7		11		15		19	23	
4η γραμμή		4	6	8	10		16	18	20	22
5η γραμμή			5		9			17		21

Σε ποια γραμμή βρίσκεται ο 2008;

- A) στην πρώτη    B) στην δεύτερη    Γ) στην τρίτη    Δ) στην τέταρτη  
E) στην πέμπτη

### Λύση

1η γραμμή	2001				
2η γραμμή		2002			
3η γραμμή			2003	2007	
4η γραμμή			2004	2006	2008
5η γραμμή				2005	

Οι αριθμοί από το 2001 και μετά ακολουθούν το ίδιο μοτίβο με τους αριθμούς από το 1 και μετά.

Σωστό το Δ

### Ερώτηση 4

Ένας ξυλοκόπος είχε μερικά κούτσουρα που ήθελε να τα κόψει σε μικρότερα κομμάτια για το τζάκι του. Με μία τσεκουριά μπορούσε να κόψει ένα κούτσουρο για να κάνει δύο μικρότερα κομμάτια. Κάποια κούτσουρα ήταν μικρά και δεν χρειάστηκε να τα κόψει, ενώ κάποια άλλα ήταν μεγάλα και τα έκοψε πολλές φορές. Αν έκανε συνολικά 15 τσεκουριές και στο τέλος είχε 20 κομμάτια κούτσουρων για το τζάκι του, πόσα κούτσουρα είχε στην αρχή;



- A) 1    B) 4    Γ) 5    Δ) 15    E) κανένα από τα προηγούμενα

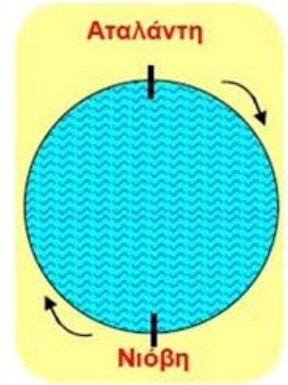
### Λύση

Με κάθε τσεκουριά το κάθε κούτσουρο που κόβεται αυξάνεται κατά 1. Άρα με 15 τσεκουριές, ο αρχικός αριθμός κούτσουρων αυξήθηκε κατά 15. Συνεπώς τα κούτσουρα που είχε στην αρχή ήταν  $20 - 15 = 5$ .

Σωστό το Γ

### Ερώτηση 5

Η Αταλάντη και η Νιόβη βρίσκονται σε δύο απέναντι σημεία μιας κυκλικής λίμνης. Ξεκινούν ταυτόχρονα να τρέχουν γύρω από τη λίμνη ακολουθώντας τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Η ταχύτητα της Αταλάντης είναι τα  $\frac{9}{8}$  της ταχύτητας της Νιόβης. Πόσους πλήρεις γύρους θα έχει κάνει η Νιόβη όταν την φτάσει για πρώτη φορά η Αταλάντη;



- A) 4      B) 8      Γ) 9      Δ) 2      Ε) 72

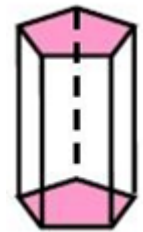
### Λύση

Η Αταλάντη κάνει  $\frac{9}{8}$  του γύρου, δηλαδή  $\frac{1}{8}$  του κύκλου παραπάνω. Αφού η Αταλάντη βρίσκεται απέναντι από τη Νιόβη, ουσιαστικά βρίσκεται  $\frac{1}{2}$  γύρο μακριά. Άρα στους 4 γύρους, η Αταλάντη θα κάνει απόσταση  $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$  μεγαλύτερη, οπότε και θα την φτάσει.

Σωστό το Α

### Ερώτηση 6

Ένα πρίσμα έχει συνολικά 32 έδρες. Πόσες ακμές έχει το πρίσμα αυτό; (Στο σχήμα φαίνεται ένα πρίσμα που δεν είναι αυτό της ερώτησης).



- A) 30      B) 32      Γ) 60      Δ) 62      Ε) 90

### Λύση

Οι 32 έδρες του πρίσματος κατανέμονται ως εξής: 2 έδρες στις βάσεις και 30 έδρες γύρω - γύρω από το πρίσμα. Επιπλέον οι βάσεις είναι πολύγωνα με 30 πλευρές το καθένα.

Άρα οι ακμές είναι:

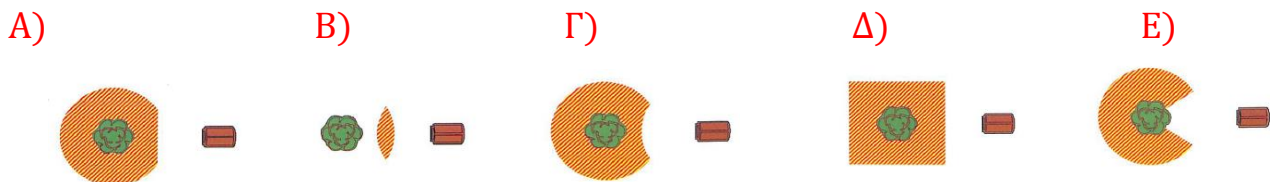
*30 στην κάτω βάση + 30 στην πάνω βάση + 30 περιμετρικά του πρίσματος*

Δηλαδή σύνολο 90 ακμές.

Σωστό το Ε

### Ερώτηση 7

Όταν ένας σκίουρος κατεβαίνει από το δέντρο που ζει, ποτέ δεν απομακρύνεται περισσότερο από 5 μέτρα από τον κορμό του δέντρου. Επίσης ποτέ δεν πλησιάζει λιγότερο από 5 μέτρα από την είσοδο του σπιτιού του σκύλου. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει με μεγαλύτερη ακρίβεια την περιοχή του εδάφους που κινείται ο σκίουρος;



#### Λύση

Ο σκίουρος δεν θα πρέπει να πλησιάσει την περιοχή που κινείται ο σκύλος, η οποία είναι και αυτή κυκλική.

Σωστό το Γ

### Ερώτηση 8

Ένας πενταψήφιος αριθμός έχει ψηφία τα 2, 4, X, 8, Y, με αυτή τη σειρά, αρχίζοντας από αριστερά. Αν ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 4, του 5 και του 9 πόσο είναι το άθροισμα X+Y;

- A) 13      B) 10      Γ) 9      Δ) 5      Ε) 4

#### Λύση

- ✚ Ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 4 και του 5. Άρα  $Y = 0$ .
- ✚ Για να είναι ο αριθμός πολλαπλάσιο του 9, θα πρέπει να διαιρείται με 9. Θα διαιρείται με 9 εάν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.
- ✚ Το άθροισμα των ψηφίων του είναι  $2 + 4 + X + 8 + 0 = 14 + X$ . Αν βάλουμε  $X = 4$  τότε το άθροισμα αυτό είναι 18 οπότε διαιρείται με το 9.

Συνεπώς  $X + Y = 4 + 0 = 4$ .

Σωστό το Ε

### Ερώτηση 9

Το κομπιουτεράκι μου δεν λειτουργεί σωστά. Αντί για πολλαπλασιασμούς κάνει διαιρέσεις και αντί για προσθέσεις κάνει αφαιρέσεις. Αν πληκτρολογήσω  $(12 \cdot 3) + (4 \cdot 2)$ , τι απάντηση θα δώσει;

- A) 2      B) 6      Γ) 12      Δ) 28      E) 38

### Λύση

Εκτελούμε την πράξη:

$$(12:3) - (4:2) = 4 - 2 = 2$$

Σωστό το A

### Ερώτηση 10

Το περιδέραιο της εικόνας αποτελείται από άσπρες και από μαύρες χάντρες.



Ο Φειδίας αρχίζει να βγάζει τις χάντρες, μία τη φορά. Πάντα η χάντρα που βγάζει βρίσκεται στην άκρη του περιδέραιου. Σταματάει την στιγμή που θα βγάλει την τέταρτη μαύρη χάντρα. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από άσπρες χάντρες που μπορεί να βγάλει;

- A) 4      B) 5      Γ) 6      Δ) 7      E) όλες

### Λύση

Όταν θα έχει βγάλει την τέταρτη μαύρη χάντρα, θα έχει βγάλει και 4 άσπρες χάντρες σύμφωνα με το σχήμα:

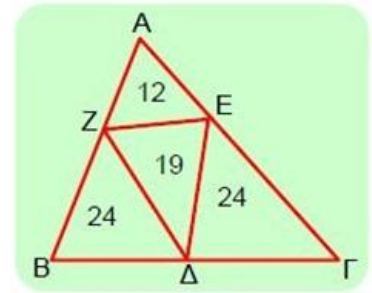


Σωστό το A

**Ερώτηση 11**

Η περίμετρος των τριγώνων AZE, BΔZ, ΔΓE και ΔEZ είναι 12, 24, 24 και 19, αντίστοιχα. Πόση είναι η περίμετρος του ABΓ;

- A) 38      B) 41      Γ) 43      Δ) 47      E) 49


**Λύση**

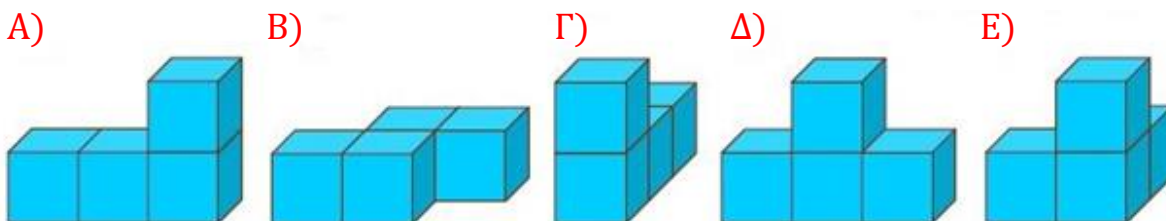
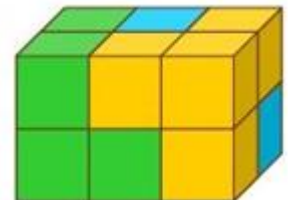
Προσθέτουμε τις περιμέτρους των τριγώνων AZE, ZBΔ, ΔEΓ και αφαιρούμε την περίμετρο του τριγώνου ZED, διότι θέλουμε να αφαιρέσουμε τις πλευρές ZE, ZΔ και BΔ για να υπολογίσουμε την περίμετρο του τριγώνου ABΓ. Δηλαδή:

$$\text{Περίμετρος (ABΓ)} = \text{Περίμετρος (AZE)} + \text{Περίμετρος (ZBΔ)} + \text{Περίμετρος (ΔEΓ)} - \text{Περίμετρος (ZED)} = 12 + 24 + 24 - 19 = 41$$

**Σωστό το B**

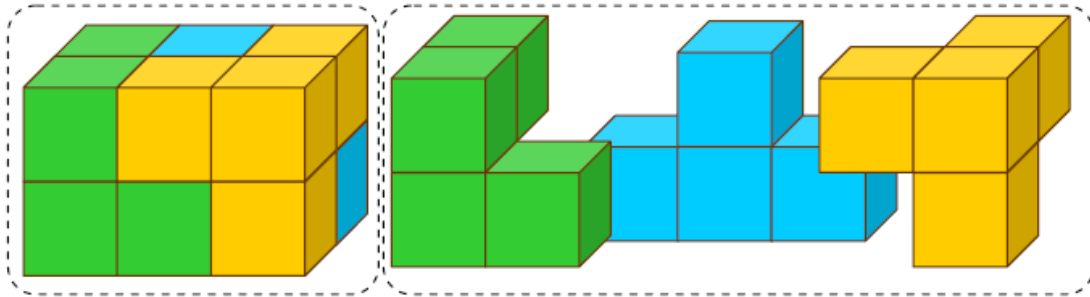
**Ερώτηση 12**

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο της εικόνας είναι κατασκευασμένο από τρία κομμάτια. Κάθε κομμάτι αποτελείται από 4 ίδιους κύβους και είναι μονόχρωμο (πράσινο, κίτρινο ή γαλάζιο αντίστοιχα). Τι σχήμα έχει το γαλάζιο κομμάτι;



**Λύση**

Το σχήμα παρακάτω δείχνει τα κομμάτια:



Σωστό το Δ

**Ερώτηση 13**

Στον πίνακα είναι γραμμένοι όλοι οι τετραψήφιοι αριθμοί που έχουν τα ίδια ψηφία με τον 2013. Ποια είναι η διαφορά του μικρότερου από τον μεγαλύτερο αριθμό στον πίνακα;

- A) 1980    B) 1989    Γ) 2187    Δ) 3087  
E) κανένα από τα προηγούμενα

**Λύση**

- ✚ Ο μεγαλύτερος τετραψήφιος αριθμός με τα ψηφία 2, 0, 1 και 3 είναι ο 3210.
- ✚ Ο μικρότερος τετραψήφιος αριθμός με τα ψηφία 2, 0, 1 και 3 είναι ο 1023.

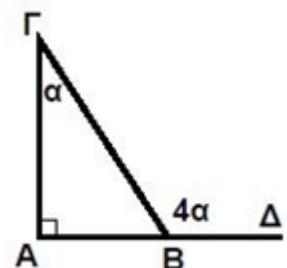
Άρα η διαφορά τους είναι  $3210 - 1023 = 2187$ .

Σωστό το Γ

**Ερώτηση 14**

Το  $\triangle AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο τρίγωνο με ορθή την γωνία  $\hat{A}$ . Η εξωτερική γωνία B (δηλαδή η  $\hat{\Gamma B\Delta}$  στο σχήμα) είναι τετραπλάσια της γωνίας  $\hat{\Gamma}$ . Πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{\Gamma}$ ;

- A)  $18^\circ$     B)  $25^\circ$     Γ)  $30^\circ$     Δ)  $36^\circ$     E)  $45^\circ$





### Λύση

Η γωνία  $\widehat{\Gamma B \Delta}$  είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΓΑΒ οπότε θα ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου ΓΑΒ.

Δηλαδή:

$$\widehat{\Gamma B \Delta} = \hat{\Gamma} + \hat{A} \Rightarrow$$

$$4\alpha = \alpha + 90^\circ \Rightarrow$$

$$3\alpha = 90^\circ \Rightarrow$$

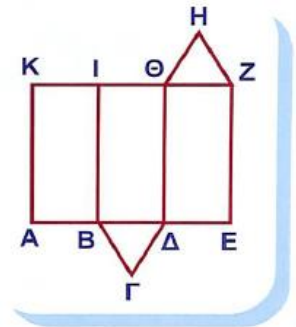
$$\alpha = 30^\circ$$

Σωστό το Γ

### Ερώτηση 15

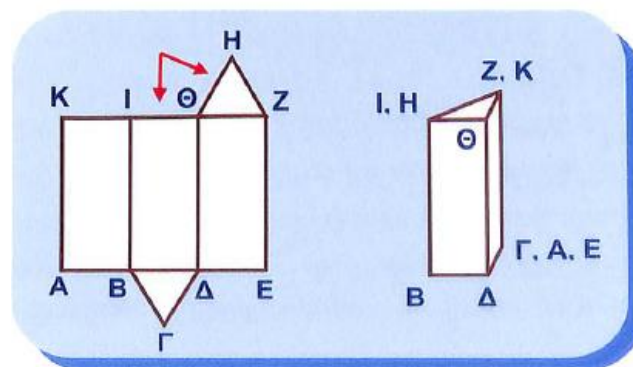
Το διάγραμμα δείχνει το ανάπτυγμα ενός πρίσματος με τριγωνική βάση. Ποια ακμή θα συμπέσει με την ΖΗ όταν διπλωθεί το ανάπτυγμα;

- A) ΗΘ      B) ΘΙ      Γ) ΙΚ      Δ) ΒΓ      Ε) ΓΔ



### Λύση

Το ανάπτυγμα όταν διπλωθεί θα είναι ως εξής:



Σωστό το Γ

### Ερώτηση 16

Η Νίνα θέλει να συμπληρώσει τα κενά στον αριθμό 2 \_ \_ 8 με δύο ψηφία ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να είναι πολλαπλάσιο του 9. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να το πετύχει;

- A) 6      B) 7      Γ) 8      Δ) 11      Ε) 10

### Λύση

- ✚ Οι αριθμοί μπορεί να είναι πολλαπλάσια του 9 με άθροισμα ψηφίων 18. Τότε οι δυνατοί αριθμοί είναι:

2088, 2178, 2268, 2358, 2448, 2808, 2718, 2628, 2538

- ✚ Οι αριθμοί μπορεί να είναι πολλαπλάσια του 9 με άθροισμα ψηφίων 27. Τότε οι δυνατοί αριθμοί είναι:

2988, 2898

Σωστό το Δ

### Ερώτηση 17

Ποια είναι η τιμή της παράστασης  $\frac{2011 \cdot 2,011}{201,1 \cdot 20,11}$ ;

- A) 0,01      B) 0,1      Γ) 1      Δ) 10      Ε) 100

### Λύση

Ισχύει ότι:

$$\frac{2011 \cdot 2,011}{201,1 \cdot 20,11} = \frac{2011 \cdot \frac{2011}{1000}}{\frac{2011}{10} \cdot \frac{2011}{100}} = \frac{1000}{1000} = 1$$

Σωστό το Γ

## Ερώτηση 18

Ο Άρης, η Βάσω, ο Γιώργος, η Δήμητρα και η Ελένη γεννήθηκαν (όχι κατ' ανάγκη με αυτή τη σειρά) στις 20/2/2001, 12/3/2000, 20/3/2001, 12/4/2000 και 23/4/2002. Γνωρίζουμε ότι

- Ο Άρης και η Ελένη γεννήθηκαν τον ίδιο μήνα.
- Η Βάσω και ο Γιώργος γεννήθηκαν τον ίδιο μήνα.
- Ο Άρης και ο Γιώργος γεννήθηκαν το ίδιο έτος.
- Η Δήμητρα και η Ελένη γεννήθηκαν το ίδιο έτος.

Ποιο από τα παιδιά είναι το πιο μεγάλο σε ηλικία;

A) ο Άρης    B) η Βάσω    Γ) ο Γιώργος    Δ) η Δήμητρα    Ε) η Ελένη

### Λύση

- ✚ Το 2002 γεννήθηκε ένα παιδί μόνο.
- ✚ Το 2000 και το 2001 γεννήθηκαν 2 παιδιά οπότε το 2002 γεννήθηκε η Βάσω.
- ✚ Τον Φεβρουάριο γεννήθηκε μόνο 1 παιδί, ενώ τους άλλους μήνες από 2 παιδιά. Συνεπώς, το Φεβρουάριο γεννήθηκε η Δήμητρα.
- ✚ Η Δήμητρα και η Ελένη γεννήθηκαν το ίδιο έτος. Άρα η Ελένη γεννήθηκε στις 20/03/2001.
- ✚ Ο Άρης και η Ελένη γεννήθηκαν τον ίδιο μήνα οπότε γεννήθηκαν στις 12/03/2000.

Άρα μεγαλύτερος σε ηλικία είναι ο Άρης.

**Σωστό το Α**

### Ερώτηση 19

Το γινόμενο τεσσάρων διαφορετικών φυσικών αριθμών είναι 100. Πόσο είναι το άθροισμα τους;

- A) 10      B) 12      Γ) 15      Δ) 18      Ε) 20

### Λύση

✚ Οι 4 αριθμοί που όταν πολλαπλασιάζονται δίνουν 100, είναι οι 2, 5, 10 και 1. Όντως  $2 \times 5 \times 10 \times 1 = 100$ .

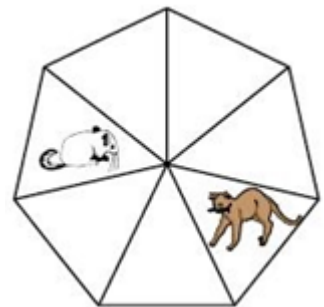
✚ Το άθροισμα αυτών των αριθμών είναι:

$$2 + 5 + 10 + 1 = 18$$

Σωστό το Δ

### Ερώτηση 20

Μία γάτα και ένας ποντικός βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Κάθε φορά πηδάνε ταυτόχρονα σε νέες θέσεις. Η γάτα πάντα πηδάει αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού, τέσσερις θέσεις πιο κει. Ο ποντικός πάντα πηδάει με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, τρεις θέσεις πιο κει. Μετά από πόσα τέτοια πηδήματα η γάτα και ο ποντικός θα βρεθούν για πρώτη φορά στην ίδια τριγωνική περιοχή;



- A) 7      B) 8      Γ) 9      Δ) 10  
E) Ποτέ δεν θα βρεθούν στην ίδια περιοχή

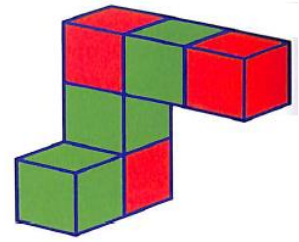
### Λύση

Πάντα η γάτα όταν πηδάει αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού κατά 4 θέσεις, βρίσκεται στην θέση που βρίσκεται ο ποντικός πριν κάνει την κίνηση του. Συνεπώς, όσο και να επαναληφθεί αυτή η διαδικασία δεν πρόκειται ποτέ να βρεθούν στην ίδια περιοχή.

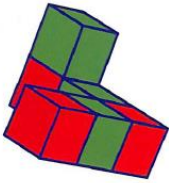
Σωστό το Ε

### Ερώτηση 21

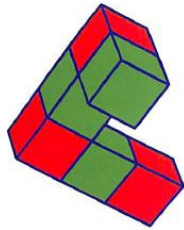
Η εικόνα δείχνει μία κατασκευή από κύβους, την οποία θέλουμε να κοιτάξουμε από διάφορες γωνίες. Ποια από τις παρακάτω εικόνες *δεν θα δούμε*,



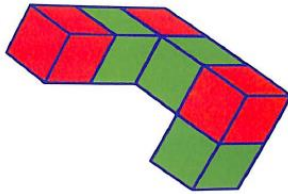
A)



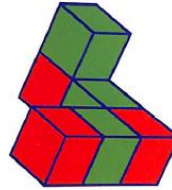
B)



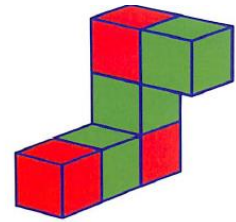
Γ)



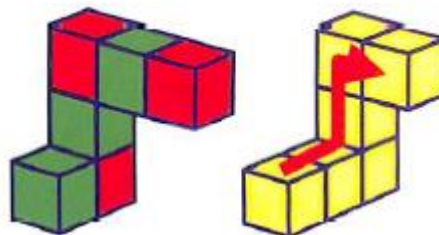
Δ)



Ε)



### Λύση



Η κατασκευή αποτελείται από 6 κύβους σε σχήμα L, συν ένα κύβο ακόμα στην κορυφή. Ένας τρόπος να διακρίνουμε τη θέση του είναι να φανταστούμε ότι περπατάμε πάνω σε μία γραμμή στο εσωτερικό μέρος του L (η κόκκινη γραμμή στο σχήμα), και πάμε προς την κορυφή. Όταν φτάσουμε στο ψηλότερο σημείο του L, πρέπει να στρίψουμε δεξιά για να φτάσουμε στον έβδομο κύβο.

**Σωστό το Β**