

6^ο φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

Ερώτηση 1

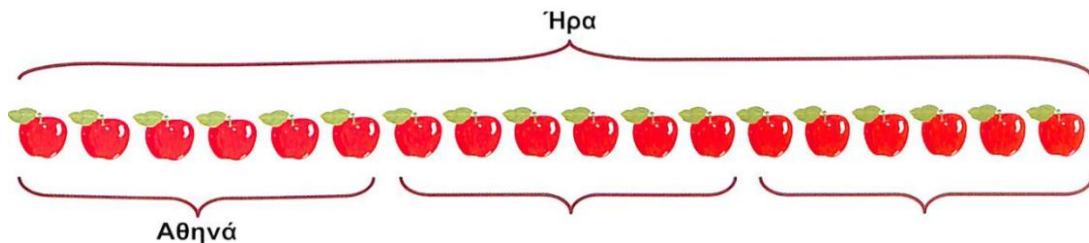
Η Ήρα και η Αθηνά έκοψαν μήλα από τη μηλιά. Η Ήρα έκοψε τριπλάσιο αριθμό μήλων από αυτά που έκοψε η Αθηνά. Αν η Ήρα έκοψε 12 μήλα περισσότερα από την Αθηνά, πόσα μήλα έκοψε η Αθηνά;



- A) 7 B) 6 Γ) 5 Δ) 4 Ε) 3

Λύση

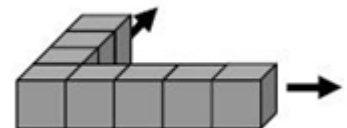
Το τριπλάσιο των μήλων της Αθηνάς είναι τα μήλα που έκοψε η Ήρα. Η διαφορά τους είναι 12 μήλα. Όμως η διαφορά αυτή είναι το διπλάσιο των μήλων της Αθηνάς. Οπότε τα μήλα που έκοψε η Αθηνά είναι $12:2=6$.



Σωστό το Β

Ερώτηση 2

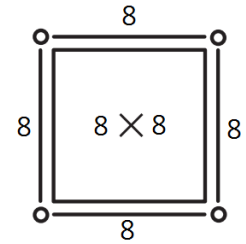
Η Νιόβη χρησιμοποίησε 36 ολόιδιους κύβους πλευράς 1 μέτρου για να φτιάξει έναν φράχτη γύρω από μια τετράγωνη περιοχή. Πόσο είναι το εμβαδόν της τετράγωνης περιοχής;



- A) 36 τ.μ. B) 49 τ.μ. Γ) 64 τ.μ. Δ) 81 τ.μ. Ε) 100 τ.μ.

Λύση

Η τετράγωνη περιοχή θα έχει πλευρά που θα αποτελείται από 8 κυβάκια, χωρίς τα κυβάκια που βρίσκονται στις γωνίες του τετραγώνου. Έτσι θα έχει χρησιμοποιήσει $8 \times 4 = 32$ κυβάκια για τις πλευρές και τα 4 κυβάκια που βρίσκονται στις γωνίες. Δηλαδή σύνολο 36 κυβάκια. Αυτό σημαίνει ότι το εμβαδόν της τετράγωνης περιοχής θα είναι $8 \times 8 = 64$ τ.μ.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 3

Στον πίνακα 1 είναι γραμμένη μια πρόσθεση.

Όλα τα ☺ είναι το ίδιο ψηφίο, και όλα τα ☀ είναι επίσης κάποιο ίδιο ψηφίο. Πόσο θα βρούμε στην πρόσθεση του πίνακα 2;



πίνακας 1



πίνακας 2

- A) 777 B) 888 Γ) 999 Δ) έναν αριθμό μικρότερο από 777
 E) κανένα από τα προηγούμενα

Λύση

Στην πρόσθεση που μας δίνεται, σε κάθε στήλη προστίθεται ένα ☺, ένα ☀ και ένα 3 και το αποτέλεσμα είναι 7. Μάλιστα η πρόσθεση είναι χωρίς κρατούμενο, όπως μπορούμε να κρίνουμε κοιτώντας την αριστερή στήλη (των εκατοντάδων).

Στην πρόσθεση που ψάχνουμε το αποτέλεσμα, προσθέτουμε και πάλι ένα ☺, ένα ☀ και ένα 3, με μόνη διαφορά ότι αλλάζει η σειρά των προσθετέων. Όμως η αλλαγή της σειράς των προσθετέων σε ένα άθροισμα δεν αλλάζει το αποτέλεσμα. Άρα το αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση είναι 7, χωρίς κρατούμενο και το συνολικό άθροισμα είναι 777.

Σωστό το Α

Ερώτηση 4

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ζυγός;

- A) 2009 B) $2 + 0 + 0 + 9$ Γ) $200 - 9$ Δ) 200×9
 E) $200+9$

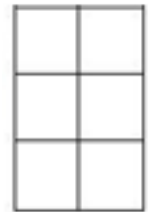
Λύση

Ζυγός είναι μόνο ο αριθμός $200 \times 9 = 18000$ διότι τελειώνει σε 0, οπότε διαιρείται με το 2.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 5

Ο Αχιλλέας γράφει τα γράμματα της λέξης ΕΛΛΑΔΑ στα τετραγωνάκια ενός πίνακα όπως το διπλανό. Επιτρέπεται να γράψει το πρώτο γράμμα σε οποιαδήποτε τετραγωνάκι. Μετά γράφει κάθε επόμενο γράμμα σε *γειτονικό* τετραγωνάκι (πάνω κάτω ή διαγώνια). Ποιος από τους παρακάτω πίνακες δεν μπορεί να είναι ο πίνακας που συμπλήρωσε ο Αχιλλέας;



- A) B) Γ) Δ) E)

Ε	Α
Δ	Λ
Λ	Α

Ε	Λ
Λ	Α
Α	Δ

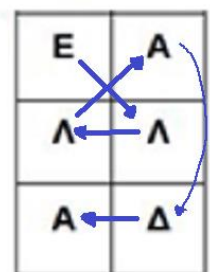
Λ	Λ
Ε	Α
Δ	Α

Ε	Α
Λ	Λ
Α	Δ

Λ	Α
Λ	Δ
Ε	Α

Λύση

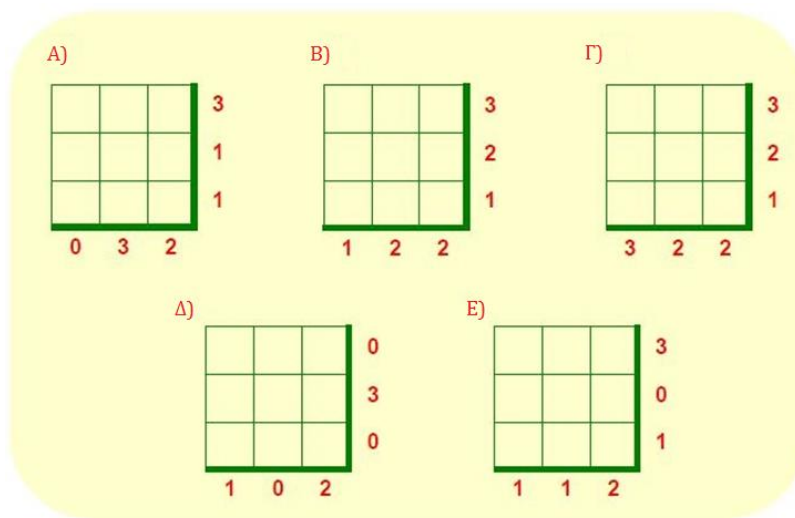
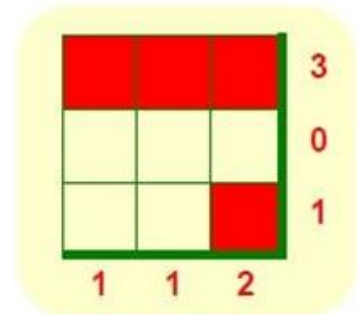
Παρατηρούμε ότι στον πίνακα Δ δεν έχουν γραφτεί όλα τα γράμματα σε γειτονικά τετραγωνάκια. Συγκεκριμένα το γράμμα Α δεν βρίσκεται σε γειτονικό τετραγωνάκι με το επόμενο του γράμμα Δ.



Σωστό το Δ

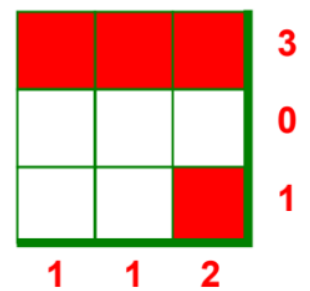
Ερώτηση 6

Μερικά τετραγωνάκια ενός 3x3 πίνακα βάφονται κόκκινα. Μετά γράφουμε στο περιθώριο του πίνακα το πλήθος των κόκκινων τετραγώνων στην αντίστοιχη γραμμή ή στήλη. (Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται δεξιά). Ένας καλλιτέχνης έκανε τη δική του ζωγραφιά (διαφορετική από το παράδειγμα) και μετά έσβησε τα κόκκινα τετραγωνάκια. Το αποτέλεσμα ήταν ένα από τα παρακάτω σχήματα. Ποιο από τα παρακάτω είναι το μόνο που θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα της ζωγραφιάς του;



Λύση

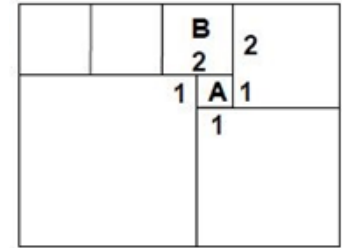
Κοκκινίζουμε τα 3 τετραγωνάκια της πρώτης γραμμής λόγω του 3 στο περιθώριο δεξιά. Τώρα η πρώτη και η δεύτερη στήλη έχουν από ένα κόκκινο τετραγωνάκι, άρα τα υπόλοιπα στις στήλες αυτές είναι άβαφα. Τέλος βλέπουμε ότι πρέπει να βάψουμε και το κάτω δεξιά τετραγωνάκι. Το αποτέλεσμα είναι η ζωγραφιά δεξιά.



Σωστό το Ε

Ερώτηση 7

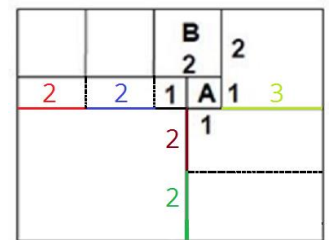
Ένα χαλί χωρίστηκε σε 7 τετράγωνα περιοχές, όπως δείχνει η εικόνα. Αν η πλευρά της περιοχής Α είναι 1 μέτρο και της περιοχής Β είναι 2 μέτρα, πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το εμβαδόν του χαλιού;



- A) 7 τ.μ. B) 16 τ.μ. Γ) 32 τ.μ. Δ) 63 τ.μ. Ε) 64 τ.μ.

Λύση

Αν φέρουμε τις βοηθητικές γραμμές όπως στο διπλανό σχήμα, θα παρατηρήσουμε ότι το μήκος του χαλιού είναι $2+2+1+1+3=9$. Το πλάτος του χαλιού είναι $2+1+2+2=7$.



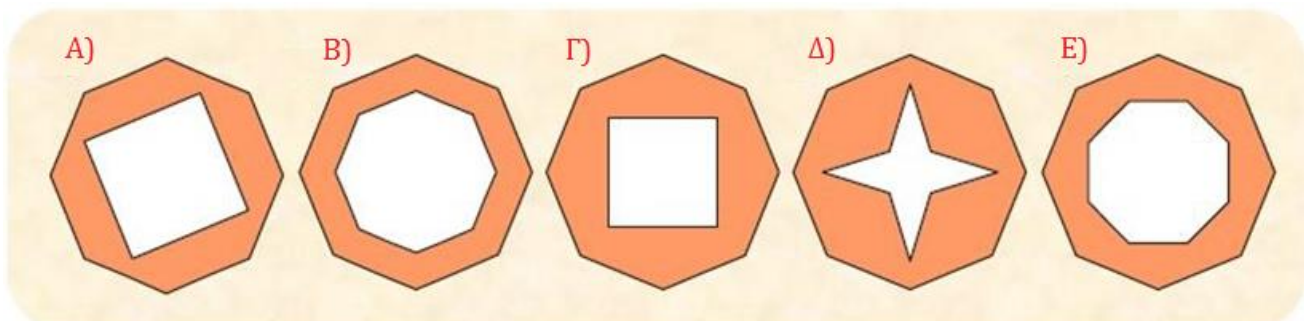
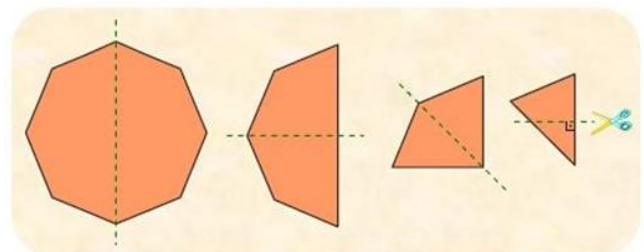
Συνεπώς το εμβαδόν του χαλιού είναι:

$$\text{Εμβαδόν} = \text{μήκος} \times \text{πλάτος} = 9 \times 7 = 63 \text{ τ.μ.}$$

Σωστό το Δ

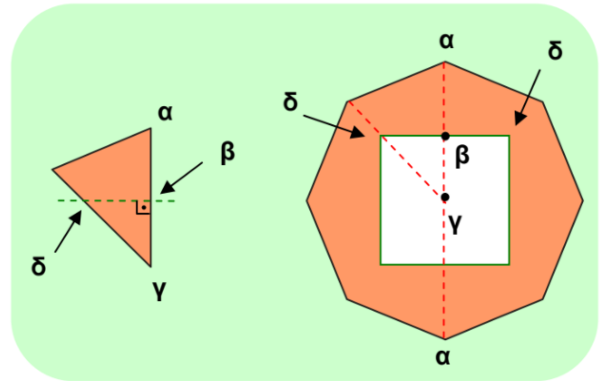
Ερώτηση 8

Διπλώνουμε τρεις φορές στη μέση ένα κανονικό οκτάγωνο μέχρι να γίνει τρίγωνο. Μετά κόβουμε με το ψαλίδι μία γωνία του τριγώνου, όπως στο σχήμα. Αν ξεδιπλώσουμε το χαρτί, τι σχήμα θα προκύψει;



Λύση

Επειδή η ψαλιδιά στο σημείο β (βλέπε το αριστερό σχήμα) είναι κάθετη στην αγ, η εγκοπή βδ στο άνοιγμα του χαρτιού θα γίνει η ευθεία δβδ. Αυτό σημαίνει ότι το κομμένο τμήμα θα έχει, μετά τα δύο ξεδιπλώματα, τέσσερις πλευρές, όχι οκτώ όπως έχουν κάποιες από τις υπόλοιπες εικόνες. Οπότε οι περιπτώσεις (B), (Δ) και (E) αποκλείονται. Επίσης, με το άνοιγμα του χαρτιού, το σημείο α στη κορυφή θα πάει σε δύο μέρη, το ένα ακριβώς από πάνω και το άλλο ακριβώς από κάτω από το β, σχηματίζοντας της ευθεία αβα.



Συμπεραίνουμε ότι το ζητούμενο σχήμα είναι το (Γ), όπως δείχνει το δεξί σχήμα.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 9

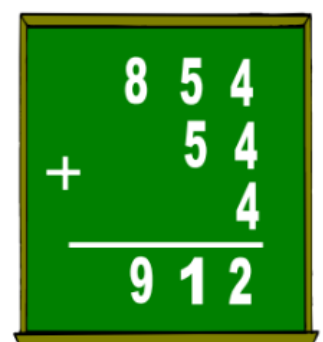
Στον πίνακα ήταν γραμμένη μία πρόσθεση τριών αριθμών, όπως δείχνει η εικόνα. Ίδια γράμματα δηλώνουν το ίδιο ψηφίο. Πόσο είναι ο Β αν ξέρουμε ότι δεν είναι 0;

- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 E) 7



Λύση

Το άθροισμα των μονάδων είναι $\Gamma + \Gamma + \Gamma = 3 \times \Gamma$, δηλαδή είναι το τριπλάσιο ψηφίου, και λήγει σε 2. Επομένως αρχικά είναι ένας από τους 2, 12, 22 και με έλεγχο βρίσκουμε ότι είναι ο 12 ($12 = 3 \times 4$). Δηλαδή $\Gamma = 4$. Το άθροισμα των ψηφίων των δεκάδων είναι $B + B$ συν 1 το κρατούμενο. Αφού λήγει σε 1, το άθροισμα $B + B = 2 \times B$ λήγει σε 0. Το μόνο μη μηδενικό ψηφίο του οποίου το διπλάσιο λήγει σε 0 είναι το 5 (γιατί $2 \times 5 = 10$). Επομένως $B = 5$. Στον πίνακα δεξιά φαίνεται συμπληρωμένη η πρόσθεση.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 10

Ένα ξενοδοχείο έχει 5 ορόφους και ο κάθε όροφος έχει 35 δωμάτια. Τα δωμάτια του πρώτου ορόφου είναι αριθμημένα διαδοχικά με τους αριθμούς από τον 101 έως και τον 135. Του δεύτερου ορόφου είναι αριθμημένα από τον 201 έως και τον 235, του τρίτου από τον 301 έως και τον 335, του τέταρτου από τον 401 έως και τον 435 και του πέμπτου από τον 501 έως και τον 535.

Πόσες φορές εμφανίζεται το ψηφίο 2 στους αριθμούς όλων των δωματίων μαζί;

- A) 60 B) 65 Γ) 95 Δ) 100 E) 105

Λύση

Από το δωμάτιο 101 έως το δωμάτιο 109, εμφανίζεται μία φορά το ψηφίο 2 (δωμάτιο 102).

Από το δωμάτιο 110 έως το δωμάτιο 119, εμφανίζεται μία φορά το ψηφίο 2 (δωμάτιο 112).

Από το δωμάτιο 120 έως το δωμάτιο 129, εμφανίζεται έντεκα φορές το ψηφίο 2 (δωμάτια 120 έως 129. Επίσης στο 122 εμφανίζεται δύο φορές το 2).

Από το δωμάτιο 130 έως το δωμάτιο 135, εμφανίζεται μία φορά το ψηφίο 2 (δωμάτιο 132).

Άρα στον πρώτο όροφο, το ψηφίο 2 εμφανίζεται $11+3=14$ φορές. Για τους ορόφους με δωμάτια 301 έως 335, 401 έως 435 και 501 έως 535 συμβαίνει το ίδιο οπότε μέχρι στιγμής έχουμε $14+14+14+14=14 \times 4=56$ φορές το ψηφίο 2.

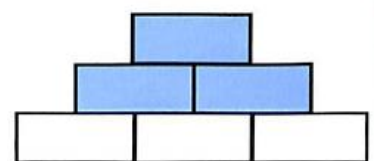
Τώρα για τον όροφο με δωμάτια 201 έως 235, το ψηφίο 2 εμφανίζεται 49 φορές (35 φορές στο ψηφίο των εκατοντάδων, 10 φορές στο ψηφίο των δεκάδων και 4 φορές στο ψηφίο των μονάδων).

Άρα σε όλους τους ορόφους το ψηφίο 2 εμφανίζεται $56+49=105$ φορές.

Σωστό το E

Ερώτηση 11

Στα 6 κουτάκια του σχήματος είναι γραμμένος από ένας φυσικός αριθμός. Ο αριθμός σε καθένα από τα γαλάζια κουτάκια είναι ίσος με το άθροισμα των αριθμών στα δύο αμέσως από κάτω κουτάκια (αυτά στα οποία στηρίζεται).



Από τους 6 αυτούς αριθμούς πόσοι το πολύ μπορεί να είναι μονοί;

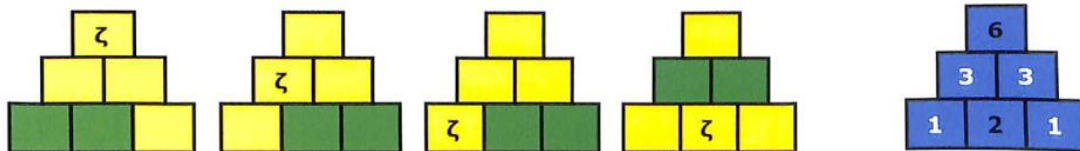
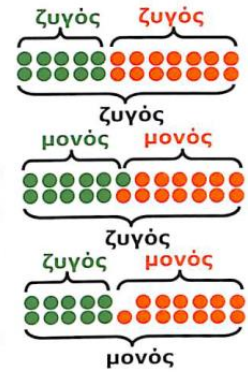
Απλά και Κατανοητά η Γνώση

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6

Λύση

Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα δύο ζυγών αριθμών είναι πάντα ζυγός, και το άθροισμα δύο μονών αριθμών είναι επίσης πάντα ζυγός. Επίσης το άθροισμα ενός ζυγού και ενός μονού αριθμού είναι πάντα μονός.

Αποκλείεται να μην υπάρχει ζυγός αριθμός ανάμεσα στους 6 αριθμούς αφού αμέσως από πάνω από δύο γειτονικούς μονούς, υπάρχει ένας ζυγός. Επίσης αποκλείεται να υπάρχει μόνο ένας ζυγός ανάμεσα στους 6 γιατί τότε θα βρισκόταν σε μία από τις θέσεις που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα. Τότε όμως στα πράσινα κουτάκια θα υπήρχαν μονοί και άρα αμέσως από πάνω τους θα υπήρχε ζυγός. Δηλαδή θα υπήρχε και δεύτερος ζυγός. Με άλλα λόγια από τους 6 αριθμούς τουλάχιστον οι δύο είναι ζυγοί, που σημαίνει ότι οι μονοί είναι το πολύ οι υπόλοιποι 4. Η τελευταία πυραμίδα στο παρακάτω σχήμα, η γαλάζια, δείχνει ότι μπορούμε να έχουμε 4 μονούς. Άρα ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από μονούς στην πυραμίδα είναι 4, όπως γράψαμε στην αρχή.

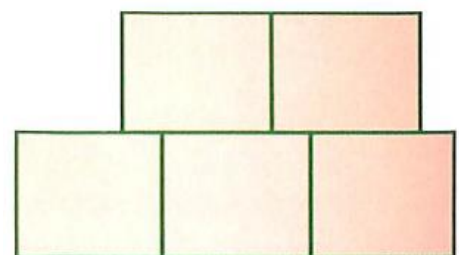


Σωστό το Γ

Ερώτηση 12

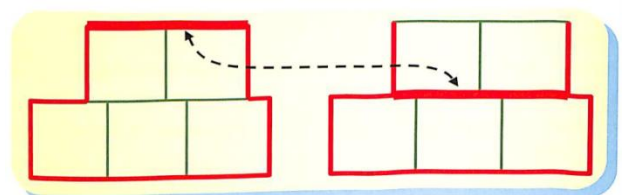
Ο Ισίδωρος χρησιμοποίησε 5 τετράγωνα με πλευρά 1 εκατοστό για να φτιάξει το διπλανό σχήμα. Πόση είναι η περίμετρος του σχήματος;

- A) 7 εκ. B) 8 εκ. Γ) 9 εκ. Δ) 10 εκ.
E) 11 εκ.



Λύση

Η περίμετρος (κόκκινη στο σχήμα αριστερά) δεν αλλάζει μήκος. Όμως στο δεξί σχήμα είναι εύκολο να μετρήσουμε το



Απλά και Κατανοητά η Γνώση

μήκος της κόκκινης γραμμής. Θα διαπιστώσουμε ότι έχει μήκος 10 εκ. που προκύπτει από 4 κάθετες πλευρές και 6 οριζόντιες με μήκος 1 εκ. η καθεμία.

Σωστό το Δ