Επίπεδο 2

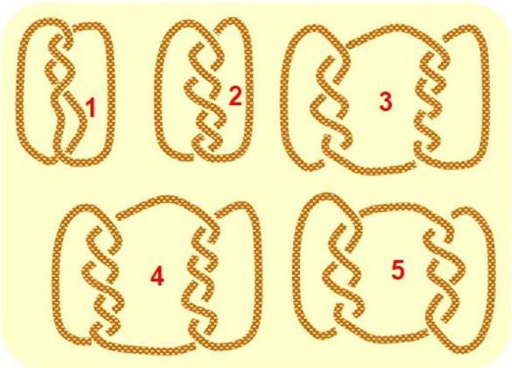
Level 2: Ε' & Στ' Δημοτικού

8ο φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

Απαντήσεις

Ερώτηση 1

Τα διπλανά σχήματα είναι φτιαγμένα από σπάγκο. Ποιο από αυτά χρειάζεται περισσότερα από ένα κομμάτι σπάγκου για να κατασκευαστεί;



Α) τα 1, 3, 4 και 5

Β) τα 3, 4 και 5

Γ) τα 1, 3 και 5

Δ) όλοι

Ε) κανένα γιατί όλα γίνονται από ένα άκοπο κομμάτι σπάγκου

Λύση

Το σχήμα 1 θέλει 2 κομμάτια σπάγκου.

Το σχήμα 2 θέλει 1 κομμάτι σπάγκου.

Το σχήμα 3 θέλει 2 κομμάτια σπάγκου.

Το σχήμα 4 θέλει 1 κομμάτι σπάγκου.

Το σχήμα 5 θέλει 3 κομμάτια σπάγκου.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 2

Ο Χάρης έγραψε στη σειρά τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, ... Από κάτω η Φανή έγραψε τους ίδιους αριθμούς αλλά παρέλειψε όλα τα πολλαπλάσια του 4. Δηλαδή η Φανή έγραψε με τη σειρά τους 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10.... Ποιον αριθμό έγραψε η Φανή κάτω από το 40 του Χάρη;

Χάρης	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Φανή	1	2	3	5	6	7	9	10	...

Α) 50 Β) 51 Γ) 52 Δ) 53

Ε) κανέναν από τους προηγούμενους

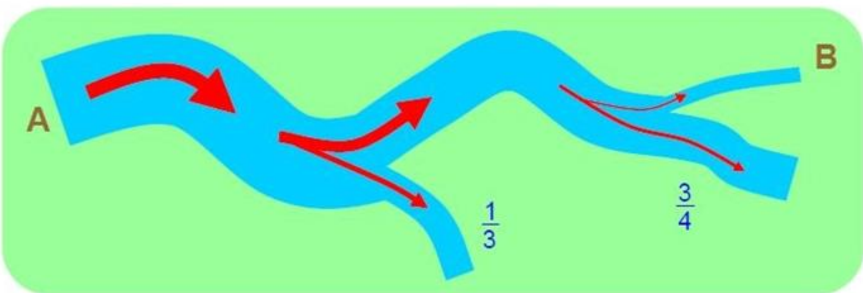
Λύση

Μέχρι το 40 υπάρχουν δέκα πολλαπλάσια του 4, τα 4x1=4, 4x2=8, 4x3=12, ..., 4x10=40. Η Φανή δεν χρησιμοποίησε τους αριθμούς αυτούς, οπότε θα χρειαστεί άλλους δέκα, όλους μετά τον 40. Οι επόμενοι δέκα αριθμοί της Φανής (δηλαδή χωρίς τα πολλαπλάσια του 4) είναι οι 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53. Άρα κάτω από τον 40 του Χάρη η Φανή έβαλε τον 53.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 3

Ένα ποτάμι ξεκινά από το σημείο Α. Καθώς ρέει το ποτάμι χωρίζεται στα δύο. Ο πρώτος παραπόταμος παίρνει το 1/3 του νερού του ποταμού και ο δεύτερος παίρνει το υπόλοιπο. Παρακάτω, ο δεύτερος παραπόταμος χωρίζεται στα 2 και το ένα τμήμα του παίρνει τα 3/4 του νερού του παραπόταμου και το άλλο το υπόλοιπο. Ο παρακάτω χάρτης δείχνει την εικόνα του ποταμού. Τι κλάσμα του αρχικού νερού ρέει στο σημείο Β;



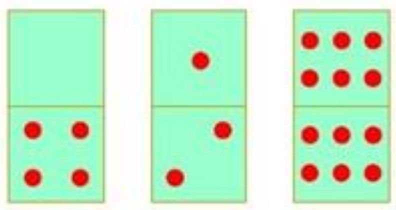
Α) $\frac{1}{4}$ Β) $\frac{2}{3}$ Γ) $\frac{11}{12}$ Δ) $\frac{1}{6}$ Ε) δεν μπορούμε να ξέρουμε.

Παρατηρούμε ότι από το σημείο Α στο σημείο Β, το ποτάμι χωρίζεται στα δύο, 2 φορές. Την <u>πρώτη φορά</u>, ο πρώτος παραπόταμος παίρνει το 1/3 του νερού του ποταμού και ο δεύτερος παραπόταμος παίρνει το υπόλοιπο $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ του νερού.

Τη <u>δεύτερη φορά</u>, ο ένας παραπόταμος παίρνει τα 3/4 του νερού του ποταμού και ο άλλος παραπόταμος παίρνει το υπόλοιπο $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ του νερού. Άρα $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ του αρχικού νερού ρέει στο σημείο Β.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 4



Ένα πλήρες σετ από ντόμινο αποτελείται από 28 «τουβλάκια» τα οποία περιέχουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς δύο αριθμών από το 0 έως το 6. Οι αριθμοί σημειώνονται με ισάριθμες κουκκίδες (καμία για το 0, μία για το 1 και ούτω καθεξής). Μερικά από τα ντόμινο φαίνονται στην εικόνα. Πόσες κουκκίδες υπάρχουν συνολικά σε ένα πλήρες σετ από ντόμινο;

Α) 84 Β) 105 Γ) 126 Δ) 147 Ε) 168

Λύση

Ένα σετ από ντόμινο, αποτελείται από «τουβλάκια» που περιέχουν καμία έως 6 κουκίδες.

Ας κατασκευάσουμε τον παρακάτω πίνακα που ο πρώτος αριθμός δείχνει τον αριθμό στο πρώτο κομμάτι από κάθε τουβλάκι και ο δεύτερος αριθμός δείχνει τον αριθμό στο δεύτερο κομμάτι.

00	01	02	03	04	05	06	00
10	11	12	13	14	15	16	11
20	21	22	23	24	25	26	22
...	...	...	...	...	...	...	...
60	61	62	63	64	65	66	66

Παρατηρούμε ότι για κάθε ζεύγος αριθμών σε ένα τουβλάκι, εμφανίζεται και το ανάποδο (διπλότυπο) του. Για παράδειγμα, το τουβλάκι με αριθμούς 2 και 3 στην τρίτη γραμμή του παραπάνω πίνακα, εμφανίζεται και ανάποδα με αριθμούς 3 και 2 στην τέταρτη γραμμή του πίνακα. Τα διπλότυπα εμφανίζονται 1 για κάθε «τουβλάκι», οπότε ουσιαστικά κάθε «τουβλάκι» με ένα συγκεκριμένο ζευγάρι κουκίδων υπάρχει δύο φορές.

Χρειαζόμαστε 9 στήλες με αριθμούς από το 0 έως το 6, οπότε το άθροισμα όλων των αριθμών σε αυτές είναι $9 \times (0+1+2+\cdots+6) = 9 \times 21 = 189$. Τα δεύτερα ψηφία από κάθε τουβλάκι υπάρχουν σε 7 γραμμές με αριθμούς από το 0 έως το 6, οπότε το άθροισμα μας σε αυτές είναι ίσο με $7 \times 21 = 147$.

Συνολικά το άθροισμα όλων των κουκκίδων του πίνακα είναι ίσο με 189+147=336, οπότε αφαιρώντας τις μισές κουκκίδες (που είναι 168) οι οποίες είναι τα διπλότυπα, θα έχουμε $336 - 168 = 168$ κουκκίδες.

Σωστό το Ε

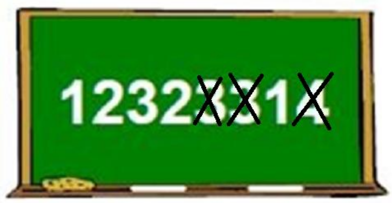
Ερώτηση 5

Στον πίνακα ήταν γραμμένος ο αριθμός 12323314. Ο Γιάννης θέλει να σβήσει μερικά από τα ψηφία ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαβάζεται ο ίδιος είτε από αριστερά προς τα δεξιά είτε από δεξιά προς αριστερά. Ποιο είναι το μικρότερο δυνατό πλήθος ψηφίων που πρέπει να σβήσει;

Α) 1 Β) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

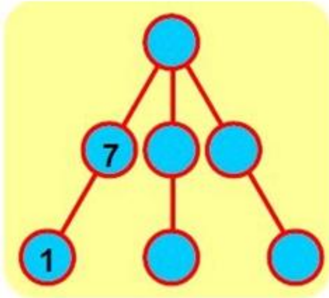
Λύση

Θα σβήσει το λιγότερο 3 ψηφία. Συγκεκριμένα αν ο Γιάννης σβήσει το 4, και τα δύο 3 όπως στο σχήμα δίπλα, τότε μένει ο αριθμός 12321 ο οποίος διαβάζεται ο ίδιος είτε από αριστερά προς τα δεξιά είτε από δεξιά προς αριστερά.



Σωστό το Γ

Ερώτηση 6

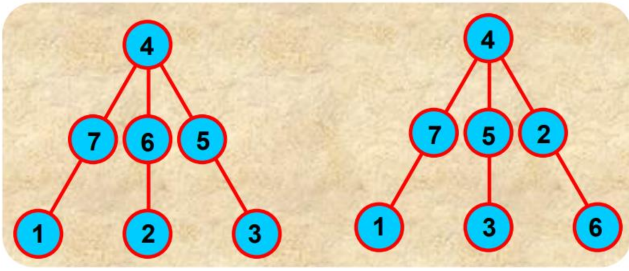


Κάποιος έβαλε τους αριθμούς 2, 3, 4, 5 και 6 στους πέντε κενούς κύκλους, από έναν σε κάθε κύκλο. Το άθροισμα των αριθμών σε κάθε σημειωμένη γραμμή τριών κύκλων είναι το ίδιο. Ποιον αριθμό έβαλε στην κορυφή του σχήματος;

Α) τον 2 Β) τον 3 Γ) τον 4 Δ) τον 5

Ε) τον 6

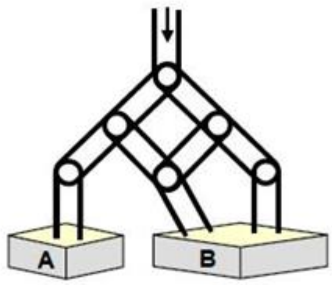
Λύση



Ο αριθμός στην κορυφή του σχήματος είναι κοινός σε κάθε τριάδα αριθμών σε γραμμή, οπότε δεν επηρεάζει την ισότητα των αθροισμάτων. Το άθροισμα των σημειωμένων αριθμών είναι 1+7=8, οπότε οι αριθμοί στους δύο κύκλοι (εκτός της κορυφής) σε κάθε τριάδα πρέπει να έχουν άθροισμα 8. Από τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, και 6 που δίνονται, οι μόνες περιπτώσεις με άθροισμα 8 είναι οι 2+6=3+5=8. Δηλαδή μένει αχρησιμοποίητος ο 4. Άρα ο 4 μπαίνει στην κορυφή και οι υπόλοιποι στους τέσσερις κενούς κύκλους. Υπάρχουν πολλοί τρόποι συμπλήρωσης του σχήματος αφού, για παράδειγμα, μπορούμε να ανταλλάξουμε τις θέσεις των 2 και 6. Στα σχήματα δίνουμε δύο τρόπους αλλά σημειώνουμε ότι το βέβαιο είναι ότι στη κορυφή μπαίνει ο 4 και κανένας άλλος.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 7

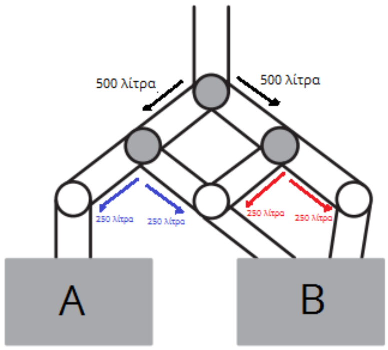


Το σχήμα δείχνει ένα σύστημα από σωλήνες νερού. Ρίχνουμε 1000 λίτρα νερού στο στόμιο στην κορυφή. Σε κάθε διασταύρωση το νερό που ρέει μοιράζεται σε δύο ίσα μέρη. Πόσα λίτρα νερού θα μαζευτούν στην δεξαμενή Β;

Α) 800 λίτρα Β) 750 λίτρα Γ) $\frac{2000}{3}$ λίτρα

Δ) 660 λίτρα Ε) 500 λίτρα

Λύση

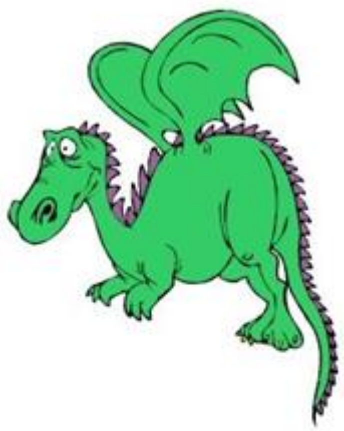


Παρατηρώντας το διπλανό σχήμα, την πρώτη φορά το νερό μοιράζεται σε δύο ίσα μέρη. Άρα από τις μεριές της δεξαμενής Β και της δεξαμενής Α, θα μοιραστούν 500 λίτρα νερού. Τη δεύτερη φορά από τη μεριά της δεξαμενής Α, το νερό μοιράζεται σε 250 λίτρα και 250 λίτρα καθώς το ίδιο και από τη μεριά από της δεξαμενής Β. Άρα στη δεξαμενή Β θα μαζευτούν συνολικά 250+250+250=750 λίτρα νερού.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 8

Σε μια σπηλιά της Παραμυθίας ζούνε δράκοι με δύο κεφάλια, με τρία κεφάλια και με τέσσερα κεφάλια. Οι δράκοι με τα τρία κεφάλια λένε πάντα ψέματα ενώ οι δράκοι με δύο ή με τέσσερα κεφάλια λένε πάντα την αλήθεια. Μια μέρα μαζεύτηκαν τρεις δράκοι. Ο πρώτος είπε "μεταξύ μας έχουμε 11 κεφάλια" ο δεύτερος είπε "μεταξύ μας έχουμε 9 κεφάλια" και ο τρίτος είπε "μεταξύ μας έχουμε 8 κεφάλια". Ποιος δράκος είπε την αλήθεια;



Α) κανένας Β) ο πρώτος Γ) ο δεύτερος

Δ) ο τρίτος Ε) δεν μπορούμε να ξέρουμε

Λύση

Αφού οι τρείς δράκοι έδωσαν διαφορετικές απαντήσεις, αυτό σημαίνει ότι το πολύ ένας δράκος λέει την αλήθεια (αν δύο ή περισσότεροι δράκοι έλεγαν την αλήθεια, θα είχαμε δύο ή περισσότερες ίδιες απαντήσεις).

- Αν κανένας δράκος δεν είπε την αλήθεια, τότε και οι τρεις θα είχαν από τρία κεφάλια ο καθένας, σύνολο 9. Τότε όμως ο δεύτερος δράκος θα είχε πει την αλήθεια, που σημαίνει ότι η περίπτωση αυτή αποκλείεται.
- Αν ακριβώς ένας δράκος είπε την αλήθεια, τότε οι άλλοι δύο έχουν 3+3=6 κεφάλια, οπότε με το δράκο που είπε την αλήθεια θα έχουμε συνολικά είτε 6+2=8 κεφάλια είτε 6+4=10 κεφάλια. Απορρίπτεται η περίπτωση με τα 10

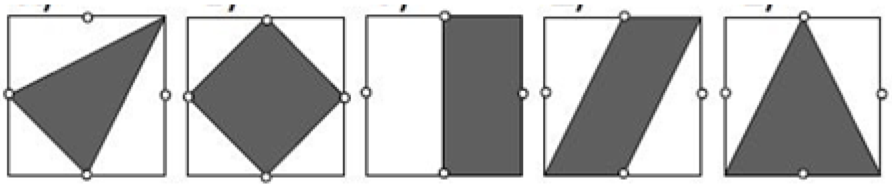
κεφάλια, οπότε η περίπτωση με τα 8 κεφάλια είναι η απάντηση που έδωσε ο τρίτος δράκος. Άρα ο τρίτος δράκος είπε την αλήθεια.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 9

Στην εικόνα φαίνονται πέντε ίσα τετράγωνα με σημειωμένα τα μέσα των πλευρών τους. Ποιο από τα σκιασμένα εμβαδά είναι το μικρότερο;

Α) Β) Γ) Δ) Ε)



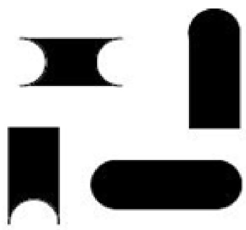
Λύση

Παρατηρούμε ότι στο σχήμα Α το εμβαδόν της άσπρης περιοχής είναι μεγαλύτερο από αυτό της σκιασμένης.

Σωστό το Α

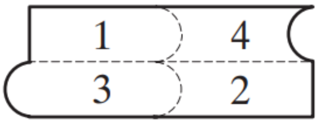
Ερώτηση 10

Με συνδυασμούς των σχημάτων που δίνονται δεξιά, μπορούμε να φτιάξουμε καινούρια σχήματα τοποθετώντας δύο ή περισσότερα από αυτά το ένα δίπλα στο άλλο. Ποια από τα παρακάτω σχήματα *δεν* μπορούμε να φτιάξουμε με αυτόν τον τρόπο;



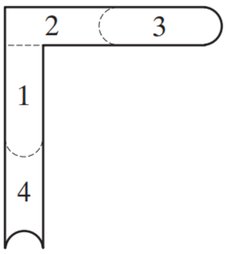
Α) Β) Γ) Δ) Ε)

Μπορούμε να φτιάξουμε το <u>σχήμα Α</u> ως εξής:

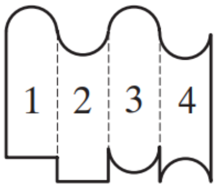


Μπορούμε να φτιάξουμε το <u>σχήμα Β</u> ως εξής:

Μπορούμε να φτιάξουμε το <u>σχήμα Γ</u> ως εξής:



Μπορούμε να φτιάξουμε το <u>σχήμα Δ</u> ως εξής:



Άρα δεν μπορούμε να φτιάξουμε το σχήμα Ε.

Σωστό το Ε

Ερώτηση 11

Στο σχήμα φαίνεται μία πρόσθεση τριψήφιων αριθμών. Κάποια ψηφία είναι αόρατα και στη θέση τους μπήκε ένα *. Πόσο είναι το άθροισμα των αόρατων ψηφίων;

```
   1*2
   1*3
 + 1*4
 -----
   309
```

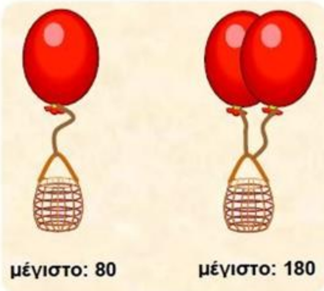
Α) 0 Β) 1 Γ) 2 Δ) 3 Ε)10

Λύση

Είναι φανερό ότι στο * αντιστοιχεί ο αριθμός 0. Άρα το άθροισμα των αόρατων ψηφίων είναι 0+0+0=0.

Σωστό το Α

Ερώτηση 12



Ένα μπαλόνι μπορεί να σηκώσει ένα βαρύ καλάθι που περιέχει βάρος μέχρι 80 κιλά. Δύο ίδια μπαλόνια σηκώνουν το καλάθι αν περιέχει βάρος μέχρι 180 κιλά. Πόσο ζυγίζει το καλάθι;

Α) 10 κιλά Β) 20 κιλά Γ) 30 κιλά Δ) 40 κιλά

Ε) 50 κιλά

Λύση

Στο δεύτερο σχήμα, με τα δύο μπαλόνια, το παραπάνω βάρος είναι $180 - 80 = 100$ κιλά. Αυτά τα 100 κιλά ουσιαστικά τα σηκώνει το δεύτερο μπαλόνι αφού το καλάθι και τα 80 κιλά τα σηκώνει το πρώτο. Έτσι, αφού στο πρώτο σχήμα το μπαλόνι σηκώνει βάρος 80 κιλών χωρίς το καλάθι, σημαίνει ότι το καλάθι είναι $100 - 80 = 20$ κιλά.

Σωστό το Β