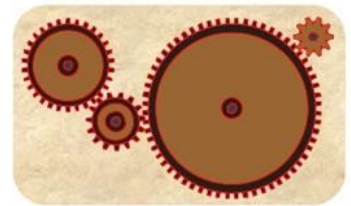


9<sup>ο</sup> φύλλο - Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών

## Απαντήσεις

## Ερώτηση 1

Έχουμε 4 γρανάζια το ένα δίπλα στο άλλο. Το πρώτο έχει 30 δοντάκια, το δεύτερο 15, το τρίτο 60 και το τελευταίο 10. Πόσες φορές θα γυρίσει το τελευταίο γρανάζι αν το πρώτο κάνει έναν γύρο;



- A) 3      B) 4      Γ) 6      Δ) 8      Ε) 9

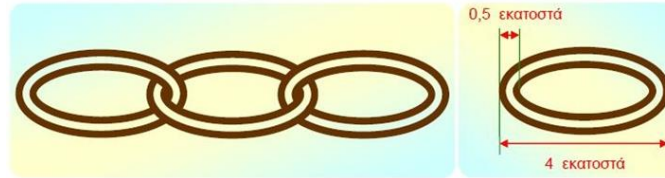
## Λύση

Η στροφή ενός γραναζιού κατά ένα δοντάκι, σημαίνει στροφή του γραναζιού που εμπλέκεται με αυτό κατά ένα δοντάκι. Αφού το πρώτο γρανάζι θα κινηθεί κατά μία στροφή, δηλαδή κατά 30 δοντάκια, κάθε γρανάζι θα κινηθεί επίσης κατά 30 δοντάκια. Ειδικά το τελευταίο, που έχει 10 δοντάκια, θα γυρίσει 3 ολόκληρους κύκλους όταν θα κάνει στροφή 30 δοντιών. Ας σημειωθεί ότι ο συλλογισμός αυτός δείχνει ότι το τελευταίο γρανάζι θα κάνει 3 στροφές ανεξάρτητα από το πόσα γρανάζια υπάρχουν στο ενδιάμεσο και ανεξάρτητα από το πόσα δοντάκια έχουν αυτά τα ενδιάμεσα γρανάζια.

**Σωστό το Α**

### Ερώτηση 2

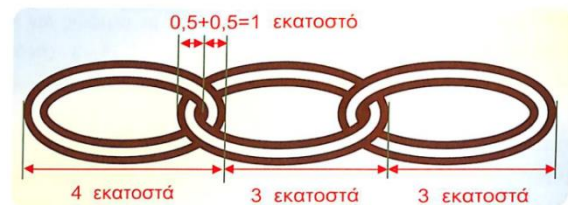
Μία αλυσίδα αποτελείται από όμοιους κρίκους. Η αριστερή εικόνα δείχνει ένα τμήμα της. Οι διαστάσεις του κάθε κρίκου φαίνονται στην δεξιά εικόνα. Πόσο είναι το μήκος μιας τεντωμένης αλυσίδας με πέντε κρίκους;



- A) 20 εκατοστά      B) 19 εκατοστά      Γ) 17,5 εκατοστά  
 Δ) 16 εκατοστά      E) 15 εκατοστά

### Λύση

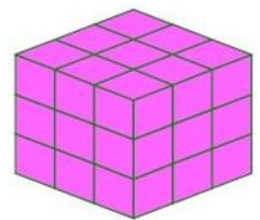
Ο πρώτος κρίκος έχει μήκος 4 εκατοστά. Από το σχήμα φαίνεται ότι ο κάθε νέος κρίκος προσθέτει άλλα 3 εκατοστά. Έχουμε  $4 \times 3 = 12$  εκατοστά για τους τέσσερις κρίκους από τον δεύτερο και πέρα, οπότε συνολικά το μήκος της αλυσίδας είναι  $4 + 12 = 16$  εκατοστά.



Σωστό το Δ

### Ερώτηση 3

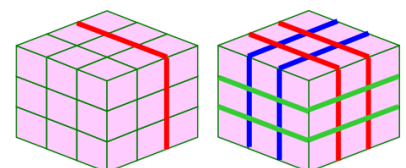
Ο Δαίδαλος χρησιμοποίησε  $1 \times 1 \times 1$  κύβους για να φτιάξει έναν  $3 \times 3 \times 3$  κύβο, όπως στην εικόνα. Έβαλε μία σταγόνα κόλλα ανάμεσα σε οποιεσδήποτε δύο έδρες των μικρών κύβων που ακουμπούσαν η μία στην άλλη. Πόσες σταγόνες κόλλας χρειάστηκε;



- A) 27      B) 48      Γ) 54      Δ) 64      E) 108

### Λύση

Εξετάζουμε τα διάφορα επίπεδα στο εσωτερικό του μεγάλου κύβου όπου είναι κολλημένες οι έδρες των μικρών κύβων. Η εικόνα δεξιά δείχνει ένα τέτοιο επίπεδο, το οποίο περιέχει την κόκκινη γραμμή. Η



Απλά και Κατανοητά η Γνώση

γραμμή αυτή περιβάλλει 9 μικρές έδρες όπου μπαίνει από μία σταγόνα κόλλα. Συνολικά έχουμε 6 τέτοια επίπεδα, που στην εικόνα δεξιά είναι δύο στις κόκκινες γραμμές, δύο στις μπλε και δύο στις πράσινες. Όποτε οι σταγόνες που χρειαζόμαστε είναι  $9 \times 6 = 54$ .

Σωστό το Γ

#### Ερώτηση 4

Σε κάθε τετραγωνάκι του διπλανού  $3 \times 3$  τετραγώνου υπάρχει από ένας αριθμός. Μερικοί αριθμοί είναι ορατοί ενώ οι υπόλοιποι είναι άορατοι. Το άθροισμα των τριών αριθμών σε κάθε οριζόντια γραμμή του τετραγώνου ισούται με 2. Πόσο είναι το άθροισμα των άορατων αριθμών;

0,2		
		1,5
	0,3	

A) 0      B) 0,5      Γ) 3      Δ) 4

E) Δεν μπορούμε να ξέρουμε

#### Λύση

Το  $3 \times 3$  τετράγωνο συμπληρωμένο είναι:

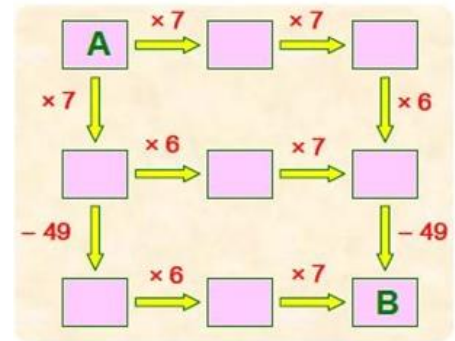
0,2	1,5	0,3
0,3	0,2	1,5
1,5	0,3	0,2

Όποτε το άθροισμα των άορατων αριθμών είναι  $1,5 + 0,3 + 0,3 + 0,2 + 1,5 + 0,2 = 4$

Σωστό το Δ

### Ερώτηση 5

Το καγκουρό σκέφτηκε έναν ακέραιο αριθμό και τον έβαλε στο κουτί Α. Μετά ακολούθησε μία από τις διαδρομές που είναι σημειωμένες με βελάκια. Στη διαδρομή που ακολούθησε έκανε τις πράξεις που είναι σημειωμένες στο σχήμα. Μπορεί το καγκουρό να βρει τον αριθμό 2009 ως αποτέλεσμα των πράξεων του, όταν θα φτάσει στο κουτί Β;



- A) Ναι, και μάλιστα θα βρει 2009 και στις τρεις πιθανές διαδρομές.
- B) Ναι, θα βρει 2009 αν ακολουθήσει δύο από τις διαδρομές και μάλιστα με τον ίδιο αρχικό αριθμό στο κουτί Α.
- Γ) Ναι, θα βρει 2009 αν ακολουθήσει δύο από τις διαδρομές αλλά θα χρειαστεί να ξεκινήσει με διαφορετικούς αριθμούς στο Α.
- Δ) Ναι, αλλά αυτά γίνεται με μία μόνο από τις τρεις διαδρομές.

### Λύση

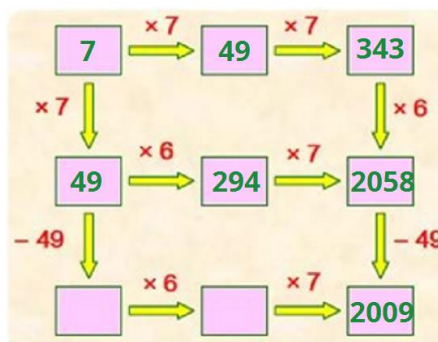
Αρκεί να ξεκινήσουμε από το τέλος προς την αρχή. Τοποθετούμε στο κουτί Β τον αριθμό 2009, και πηγαίνουμε προς τα πίσω κάνοντας ακριβώς την αντίστροφη πράξη από αυτή που υπάρχουν στα βελάκια. Έτσι για παράδειγμα για την δεύτερη διαδρομή έχουμε:

$$2009 + 49 = 2058$$

$$2058 : 7 = 294$$

$$294 : 6 = 49$$

$$49 : 7 = 7$$

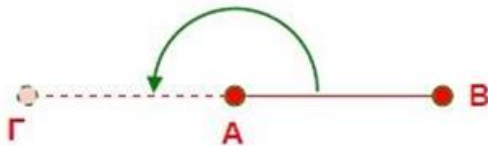


Απλά και Κατανοητά η Γνώση

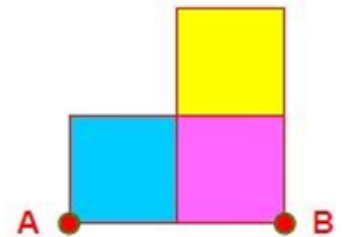
Συνεπώς, θα βρει 2009 αν ακολουθήσει δύο από τις διαδρομές και μάλιστα με τον ίδιο αρχικό αριθμό στο κουτί A. Δεν μπορεί επίσης να ακολουθήσει την τρίτη διαδρομή.

Σωστό το Β

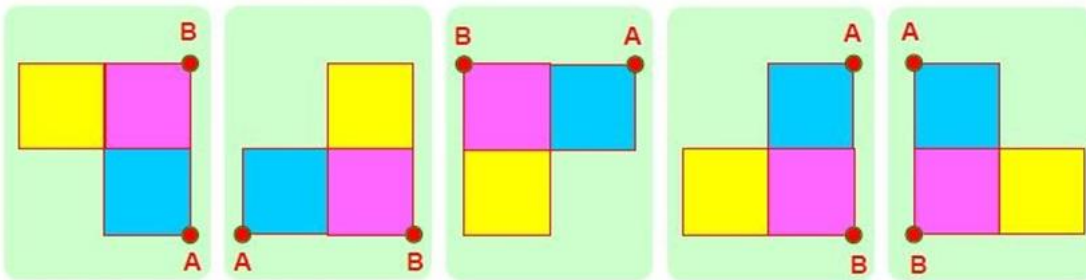
### Ερώτηση 6



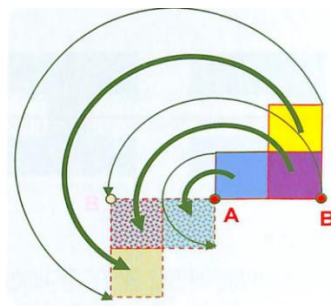
Στο σχήμα αριστερά έχουμε στρίψει το AB μέχρι να έρθει στη θέση AG. Ποια θα είναι η τελική θέση του σχήματος δεξιά, αν στραφεί με όμοιο τρόπο;



- A)                      B)                      Γ)                      Δ)                      Ε)



### Λύση

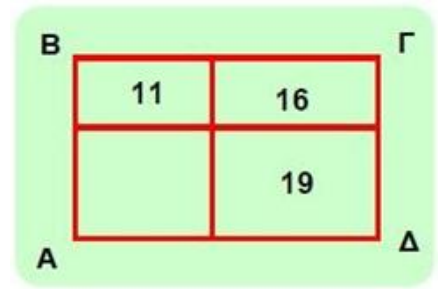


Η θέση του σχήματος μετά τη στροφή είναι η Γ).

Σωστό το Γ

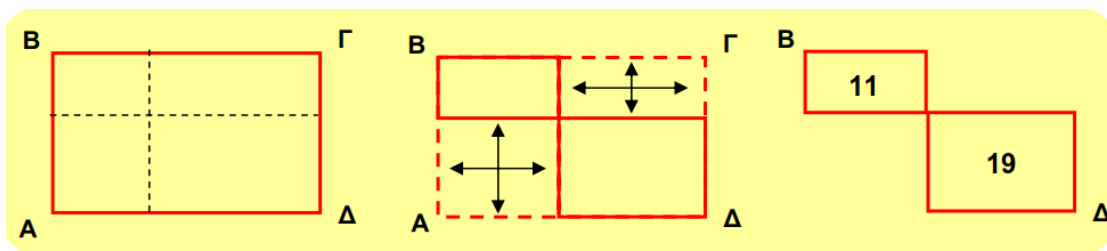
### Ερώτηση 7

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ κόπηκε σε 4 μικρότερα. Οι περιμέτροι των τριών από αυτά είναι 11, 16 και 19 μέτρα, όπως δείχνει η εικόνα. Πόση είναι η περίμετρος του ΑΒΓΔ;



- A) 28      B) 30      Γ) 32      Δ) 38  
E) 40

### Λύση



Θέλουμε να βρούμε το μήκος της κόκκινης γραμμής στο αριστερό σχήμα. Παρατηρούμε ότι είναι ίση με την κόκκινη γραμμή στο δεξιό σχήμα γιατί οι δύο αυτές γραμμές αποτελούνται από ακριβώς ίδια τμήματα. Η εικόνα στη μέση δείχνει τα ζεύγη των ίσων μεταξύ τους τμημάτων. Επίσης παρατηρούμε ότι η κόκκινη γραμμή δεξιά ισούται με το άθροισμα των περιμέτρων των δύο ορθογωνίων, του πάνω αριστερά και του κάτω δεξιά. Επομένως η ζητούμενη περίμετρος είναι  $11+19 = 30$  μέτρα.

**Σωστό το Β**

### Ερώτηση 8

Ο Τηλέμαχος μαθαίνει να οδηγεί αυτοκίνητο. Μέχρι τώρα έμαθε να στρίβει δεξιά στις γωνίες αλλά δεν έμαθε να στρίβει αριστερά. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από στροφές που πρέπει να κάνει για να πάει από το σημείο Α (όπως δείχνει το βέλος) στο Β;

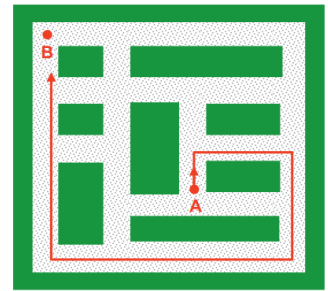


- A) 3      B) 4      Γ) 6      Δ) 8      E) 10



### Λύση

Μία από τις πολλές διαδρομές του Τηλέμαχου έχει 4 δεξιές στροφές, όπως δείχνει η εικόνα. Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει διαδρομή με 3 δεξιές στροφές γιατί αυτές θα έφερναν τον προσανατολισμό του, διαδοχικά, προς  $\rightarrow \downarrow \leftarrow$  ενώ θέλουμε να καταλήξει σε  $\uparrow$ . Άρα ο ελάχιστος αριθμός δεξιών στροφών είναι 4.



Σωστό το Β

### Ερώτηση 9

Πόσοι φυσικοί αριθμοί έχουν γινόμενο ψηφίων 5 και άθροισμα ψηφίων 7;

- A) κανένας      B) δύο      Γ) τρεις      Δ) τέσσερις  
E) περισσότεροι από πέντε

### Λύση

Ο μόνος τρόπος να βρούμε 5 από γινόμενο ψηφίων είναι  $5=5 \times 1=5 \times 1 \times 1=5 \times 1 \times 1 \times 1 \dots$ . Από τις επιλογές αυτές η μόνη που δίνει άθροισμα 7 είναι η  $5 \times 1 \times 1$ . Συνεπώς οι αριθμοί που ζητάμε είναι τριψήφιοι με ψηφία τα 5, 1, 1. Τέτοιοι υπάρχουν τρεις, οι 511, 151, 115.

Σωστό το Γ

### Ερώτηση 10

Σε ένα χάρτη βλέπουμε τέσσερα χωριά. Η απόσταση από το Άλφα στο Δέλτα είναι



150 χιλιόμετρα, από το Άλφα στο Γάμμα είναι 70 χιλιόμετρα και από το Βήτα στο Δέλτα είναι 100 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα είναι από το Βήτα στο Γάμμα;

- A) 30 χιλιόμετρα      B) 40 χιλιόμετρα      Γ) 20 χιλιόμετρα  
Δ) 50 χιλιόμετρα      E) 10 χιλιόμετρα

### Λύση

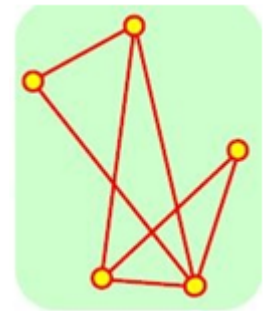
Αφού  $AD=150$  και  $AG=70$ , αυτό σημαίνει ότι  $GD = 150 - 70 = 80$  χιλιόμετρα. Οπότε αφού  $BD=100$  και  $GD=80$ , συμπεραίνουμε ότι

$$BG = BD - GD = 100 - 80 = 20 \text{ χιλιόμετρα.}$$

Σωστό το Γ

### Ερώτηση 11

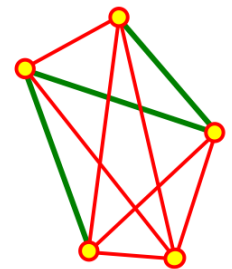
Στη Χώρα των Θαυμάτων υπάρχουν 5 πόλεις. Κάθε δύο πόλεις συνδέονται με έναν δρόμο, που είναι ορατός ή αόρατος. Στον χάρτη φαίνονται μόνο οι 7 από τους δρόμους. Η Αλίκη έχει μαγικά γυαλιά με τα οποία βλέπει και τους αόρατους δρόμους. Πόσους αόρατους δρόμους βλέπει η Αλίκη με τα μαγικά της γυαλιά;



- A) 9      B) 8      Γ) 7      Δ) 3      E) 2

### Λύση

Στην εικόνα βλέπουμε τους 7 ορατούς (κόκκινους) και τους 3 αόρατους (πράσινους) δρόμους.



Σωστό το Δ

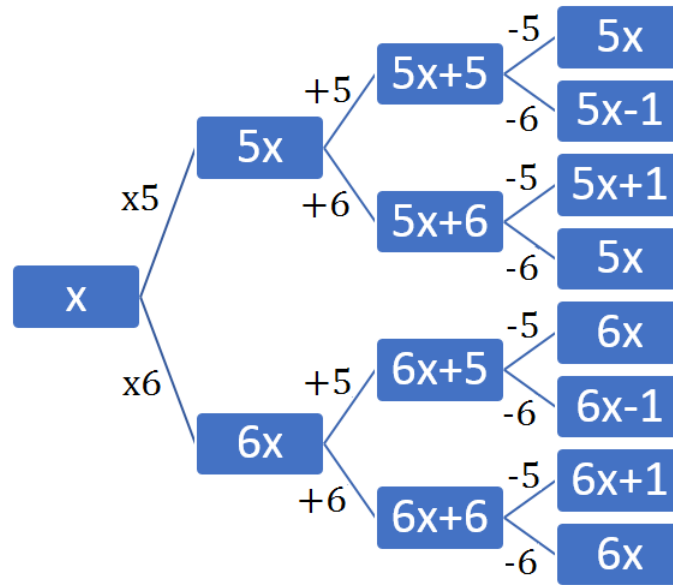
### Ερώτηση 12

Ο Αντώνης σκέφτηκε ένα φυσικό αριθμό. Η Βάσω τον πολλαπλασίασε επί 5 ή επί 6. Ο Γιάννης πρόσθεσε 5 ή 6 στο αποτέλεσμα της Βάσως. Η Δανάη αφαίρεσε 5 από το αποτέλεσμα του Γιάννη, και βρήκε αποτέλεσμα 73. Ποιος είναι ο αριθμός που σκέφτηκε ο Αντώνης;

- A) 10      B) 11      Γ) 12      Δ) 14      E) 15



Λύση



Άρα οι (διαφορετικοί) αριθμοί που προκύπτουν τελικά είναι:

$$5x, 5x - 1, 5x + 1, 6x, 6x - 1, 6x + 1$$

Ο αριθμός  $x$  πρέπει να είναι φυσικός, οπότε μόνο αν λύσουμε την εξίσωση

$$6x + 1 = 73$$

θα βρούμε λύση φυσικό αριθμό.

Συγκεκριμένα:

$$6x + 1 = 73$$

$$6x + 1 - 1 = 73 - 1$$

$$6x = 72$$

$$x = 12$$

Σωστό το Γ