

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

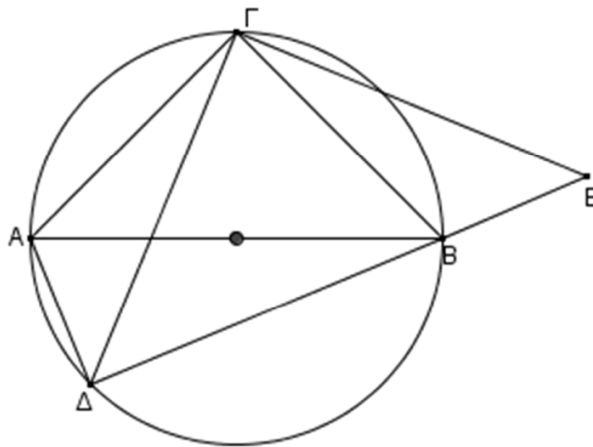
GI_A_GEO_4_2796

Δίνεται κύκλος με κέντρο O , και έστω AB μια διάμετρος του, Γ το μέσο του ενός ημικυκλίου του και Δ τυχαίο σημείο του άλλου. Στην προέκταση της ΔB (προς το B) θεωρούμε σημείο E ώστε $BE=AD$.

α) Να αποδείξετε ότι:

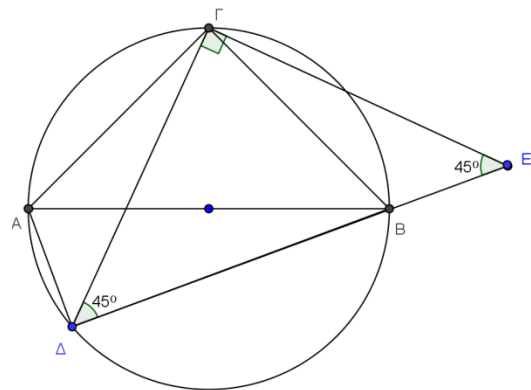
- i. Τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $B\Gamma E$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- ii. Η $\Gamma\Delta$ είναι κάθετη στην ΓE . (Μονάδες 8)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί, στην περίπτωση που το σημείο Δ είναι το αντιδιαμετρικό του Γ , η ΓE είναι εφαπτομένη του κύκλου. (Μονάδες 9)



Λύση:

α) i) Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $B\Gamma E$ είναι ίσα διότι έχουν $BE=AD$, $B\Gamma=A\Gamma$, γιατί το Γ είναι μέσο του τόξου AGB . Είναι $\widehat{B\Gamma E} = \widehat{\Delta\Gamma A}$ διότι το τετράπλευρο $A\Delta B\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο οπότε κάθε εξωτερική του γωνία είναι ίση με την απέναντι εσωτερική. Συνεπώς θα έχουμε και $\Gamma\Delta=AE$, $\widehat{\Gamma E B} = \widehat{\Gamma\Delta B}$.



ii) Η γωνία $\widehat{ADG} = \widehat{ABG} = 45^\circ$ διότι είναι εγγεγραμμένη στο ίδιο τόξο \widehat{AG} που είναι ίσο με το $\frac{\widehat{AGB}}{2}$ και επειδή $AG = BG$ η γωνία $\widehat{GAB} = 45^\circ$. Οπότε γωνία $\widehat{DGE} = 90^\circ$ και επομένως $DG \perp GE$.

β) Με το ίδιο σκεπτικό η $DG \perp GE$ όμως η AG είναι διάμετρος του κύκλου και μια εφαπτομένη σε έναν κύκλο είναι κάθετη στη διάμεσο. Επομένως τότε η EG θα είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο G .

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.