



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
34^η Ελληνική Μαθηματική Ολυμπιάδα "Ο Αρχιμήδης"
4 Μαρτίου 2017

Θέματα μικρών τάξεων

Πρόβλημα 1

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α . Πάνω στην πλευρά ΑΔ παίρνουμε σημεία Ε και Ζ τέτοια ώστε $\Delta E = \frac{\alpha}{3}$ και $AZ = \frac{\alpha}{4}$. Αν οι ευθείες ΒΖ και ΓΕ τέμνονται στο σημείο Η, να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΗ ως συνάρτηση του α .

Πρόβλημα 2

Αν x, y, z θετικοί πραγματικοί αριθμοί, να λύσετε το σύστημα:

$$\{x(6-y)=9, y(6-z)=9, z(6-x)=9\}..$$

Πρόβλημα 3

Να προσδιορίσετε όλους τους θετικούς ακέραιους a, b, p , όπου p πρώτος, που είναι λύσεις της εξίσωσης

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$

Πρόβλημα 4.

Μία παρέα που αποτελείται από n άτομα παίζει ένα επιτραπέζιο παιχνίδι με τους εξής κανόνες.

- (α) Σε κάθε γύρο του παιχνιδιού παίζουν ακριβώς 3 άτομα
- (β) Το παιχνίδι ολοκληρώνεται μετά από n γύρους
- (γ) Κάθε δυάδα παικτών έχει παίξει μαζί σε τουλάχιστον ένα γύρο.

Να προσδιορίσετε τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του n .