



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
66<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2006

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

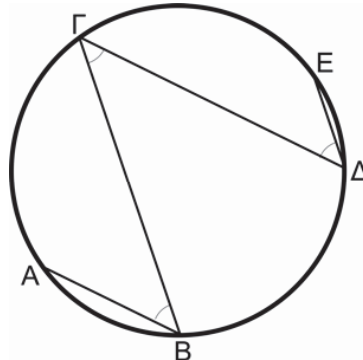
- Υπάρχει θετικός ακέραιος  $n$  τέτοιος ώστε:
  - Ο  $3n$  είναι τέλειος κύβος, ο  $4n$  τέλεια τέταρτη δύναμη και ο  $5n$  τέλεια πέμπτη δύναμη;
  - Ο  $3n$  είναι τέλειος κύβος, ο  $4n$  τέλεια τέταρτη δύναμη, ο  $5n$  τέλεια πέμπτη δύναμη και ο  $6n$  τέλεια έκτη δύναμη;

- Να βρεθούν πραγματικοί αριθμοί  $x, y, z, w$  για τους οποίους ισχύει

$$\sqrt{x-y} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-w} + \sqrt{x+w} = x+2.$$

- Οι κορυφές  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  μιας τεθλασμένης γραμμής βρίσκονται πάνω σε ένα κύκλο όπως στο σχήμα και οι γωνίες  $\angle AB\Gamma, \angle B\Gamma\Delta, \angle \Gamma\Delta E$  έχουν μέτρο  $45^\circ$ .  
Να αποδειχτεί ότι

$$AB^2 + \Gamma\Delta^2 = B\Gamma^2 + \Delta E^2.$$



- Μια πραγματική συνάρτηση  $f$  είναι ορισμένη στο  $\mathbf{R}$  και για κάθε  $x \in \mathbf{R}$  ισχύει  
$$f(x+1)f(x) + f(x+1) + 1 = f(x).$$

Να δεχθεί ότι για κάθε  $x \in \mathbf{R}$  ισχύουν:

1)  $f(x) \neq -1$ , 2)  $f(x) \neq 0$ , 3)  $f(x+4) = f(x)$ .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ