



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
68<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

## Β' τάξη Λυκείου

### Πρόβλημα 1

Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 + 2 = 3\sqrt{3x - 2}.$$

### Πρόβλημα 2

Σε ένα “τουρνουά” ποδοσφαίρου συμμετέχουν  $n$  ομάδες οι οποίες θα παίξουν όλες μεταξύ τους μία μόνο φορά. Για τη νίκη μιας ομάδας δίνονται 3 βαθμοί, για την ισοπαλία 2 βαθμοί και για την ήττα 1 βαθμό. Αν στο τέλος του “τουρνουά” ο συνολικός αριθμός των βαθμών που συγκέντρωσαν όλες οι ομάδες είναι 364, να βρεθεί ο αριθμός  $n$  των ομάδων που συμμετείχαν.

### Πρόβλημα 3

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $x, y, z$  ισχύει

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 13 = 0,$$

τότε να προσδιορίσετε το μέγιστο θετικό αριθμό  $m$  που είναι τέτοιος ώστε:

$$x + y + z + m \leq 0.$$

### Πρόβλημα 4.

Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ ,  $A\Delta = \alpha$  και  $AB = B\Gamma = 2\alpha$ .

- (i) Να αποδείξετε ότι:  $\Delta A + A\Gamma < \Delta B + B\Gamma$ .
- (ii) Να βρείτε σημείο  $M$  πάνω στην ευθεία  $AB$  για το οποίο το άθροισμα  $\Delta M + M\Gamma$  είναι το ελάχιστο δυνατό.
- (iii) Για το σημείο  $M$  που θα βρείτε, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta M\Gamma$ .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ