



**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**  
**70<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”**  
**ΣΑΒΒΑΤΟ, 23 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010**

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΤΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΝΟΜΑΡΧΙΑΚΩΝ  
ΕΠΙΤΡΟΠΩΝ, ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΩΝ ΚΕΝΤΡΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΤΗΡΗΤΕΣ

1. Παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις οδηγίες στους μαθητές.
2. Οι επιτηρητές των αιθουσών θα διανείμουν πρώτα κόλλες αναφοράς, στις οποίες οι μαθητές θα πρέπει απαραίτητα να γράψουν **ΕΠΩΝΥΜΟ, ΟΝΟΜΑ, ΣΧΟΛΕΙΟ, ΤΑΞΗ, ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ και ΤΗΛΕΦΩΝΟ**, τα οποία θα ελεγχθούν σε αντιπαραβολή με την ταυτότητα που θα έχουν οι εξεταζόμενοι, πριν καλυφθούν και μετά θα γίνει η υπαγόρευση ή διανομή φωτοτυπιών των θεμάτων στους μαθητές.
3. **Να φωτοτυπηθεί και να μοιραστεί σε όλους τους μαθητές η επιστολή που σας αποστέλλουμε μαζί με τα θέματα.**
4. Η εξέταση πρέπει να διαρκέσει ακριβώς τρεις (3) ώρες από τη στιγμή που θα γίνει η εκφώνηση των θεμάτων (9-12 περίπου). Δε θα επιτρέπεται σε κανένα μαθητή ν' αποχωρήσει πριν παρέλθει μία ώρα από την έναρξη της εξέτασης.
5. Οι επιτηρητές των αιθουσών έχουν το δικαίωμα ν' ακυρώσουν τη συμμετοχή μαθητών, αν αποδειχθεί ότι αυτοί έχουν χρησιμοποιήσει αθέμιτα μέσα, σημειώνοντας τούτο στις κόλλες των μαθητών. Η επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. έχει δικαίωμα να επανεξετάσει μαθητή αν έχει λόγους να υποπτευτείται ότι το γραπτό του είναι αποτέλεσμα χρήσης αθέμιτου μέσου.
6. Υπολογιστές οποιουδήποτε τύπου καθώς και η χρήση κινητών απαγορεύονται.
7. Αμέσως μετά το πέρας της εξέτασης, οι κόλλες των μαθητών πρέπει να σφραγιστούν εντός φακέλου ή φακέλων, που θα έχουν την υπογραφή του υπεύθυνου του εξεταστικού κέντρου και ν' αποσταλούν στην **Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε., Πανεπιστημίου 34, 106 79 Αθήνα**, αφού πρώτα στα παραρτήματα, εφόσον είναι εφικτό, γίνει μία πρώτη βαθμολόγηση, σύμφωνα με το σχέδιο βαθμολόγησης της επιτροπής διαγωνισμών.
8. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα σταλούν στους Προέδρους των Τοπικών Νομαρχιακών Επιτροπών (ΤΝΕ) και τα Παραρτήματα της Ε.Μ.Ε.
9. Η Εθνική Ολυμπιάδα Μαθηματικών «**ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ**» θα γίνει στις **27 Φεβρουαρίου 2010** στην Αθήνα. Από το διαγωνισμό αυτό και επί πλέον από ένα τελικό προκριματικό διαγωνισμό στην Ε.Μ.Ε. συνοδευόμενο από μια προφορική εξέταση με προκαθορισμένη διαδικασία θα επιλεγούν οι εθνικές ομάδες, που θα συμμετάσχουν στην **27<sup>η</sup> Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα (Μολδαβία, Μάιος 2010)**, στην **14<sup>η</sup> Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα Νέων (Ρουμανία, Ιούνιος 2010)** και στην **51<sup>η</sup> Διεθνή Μαθηματική Ολυμπιάδα (Αστάνα, Καζακστάν, Ιούλιος 2010)**.
10. Με την ευκαιρία αυτή, το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ευχαριστεί όλους τους συναδέλφους που συμβάλλουν αφιλοκερδώς στην επιτυχία των Πανελληνίων Μαθητικών Διαγωνισμών της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.

**11. Παρακαλούμε τον Πρόεδρο της ΤΝΕ μαζί με τα γραπτά να μας στείλει το ονοματεπώνυμο και την ταχ. Δ/ση όλων των επιτηρητών για να τους σταλεί ονομαστική ευχαριστήρια επιστολή από το Δ.Σ. της ΕΜΕ.**

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ. ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος  
Καθηγητής Γρηγόρης Καλογερόπουλος

Ο Γενικός Γραμματέας  
Ιωάννης Τυρλής



Αθήνα, 23 Ιανουαρίου 2010

Αγαπητοί μαθητές,

Σας καλωσορίζουμε στο διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας (ΕΜΕ) “**ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ**”. Σήμερα δεν δίνετε τις συνηθισμένες εξετάσεις. Συμμετέχετε σε έναν αγώνα του πνεύματος. Και μόνο η απόφασή σας για συμμετοχή και η πρόκρισή σας από τον προηγούμενο διαγωνισμό **ΘΑΛΗΣ**” είναι μια επιτυχία. Με την ευκαιρία αυτής μας της επικοινωνίας θα θέλαμε να σας πληροφορήσουμε για τα εξής :

Στα περιοδικά της ΕΜΕ **Ευκλείδης Α΄** και **Ευκλείδης Β΄** δημοσιεύονται εκτός των άλλων θεμάτων ανά τάξη και θέματα με τις λύσεις τους από Διεθνείς Μαθηματικούς Διαγωνισμούς.

Επίσης έχουν εκδοθεί βιβλία της ΕΜΕ με τα θέματα των Διεθνών Μαθηματικών Ολυμπιάδων (2 τεύχη), Βαλκανικών Μαθηματικών Ολυμπιάδων (1984-2008), Θεωρίας αριθμών και τα βιβλία με τα Θέματα των Ελληνικών Μαθηματικών Διαγωνισμών 1997-2007 σε 2 τεύχη.

Επιπλέον η ΕΜΕ έχει αποφασίσει τη διεξαγωγή **δύο Θερινών Σχολείων** διάρκειας μιας εβδομάδας το καθένα, για όλες τις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου, ως εξής:

(α) Στη Λεπτοκαρυά Πιερίας, την τελευταία εβδομάδα του Ιουλίου 2010.

(β) Στη Νάουσα Ημαθίας, την πρώτη εβδομάδα του Αυγούστου 2010.

Τα μαθήματα θα επικεντρωθούν σε ειδικά Κεφάλαια της σχολικής ύλης και σε θέματα Μαθηματικών Ολυμπιάδων. Για περισσότερες πληροφορίες δείτε τις ιστοσελίδες:

[www.hms.gr](http://www.hms.gr) και [www.emeimathias.gr](http://www.emeimathias.gr)

**Για το νέο έτος το Δ.Σ. της ΕΜΕ σας εύχεται ολόψυχα καλή χρονιά, προσωπική και οικογενειακή ευτυχία.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ.  
ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος  
Καθηγητής Γρηγόρης Καλογερόπουλος

Ο Γενικός Γραμματέας  
Ιωάννης Τυρλής



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
70<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 23 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010

Γ' τάξη Γυμνασίου

**Πρόβλημα 1**

Έστω ο ακέραιος

$$A = \left[ (-1)^{\nu} + (-1)^{2\nu} + (-1)^{3\nu} + (-1)^{4\nu} \right] \cdot \nu, \text{ όπου } \nu \text{ θετικός ακέραιος.}$$

Αν ο  $A$  είναι διαιρέτης του 24, να βρείτε τις δυνατές τιμές του  $\nu$ .

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 2**

Υπάρχει διψήφιος θετικός ακέραιος  $N = \overline{ab} = 10a + b$ , όπου  $a, b$  ψηφία με  $a \neq 0$ , που ισούται με το γινόμενο των ψηφίων του ελαττωμένο κατά το άθροισμα των ψηφίων του;

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 3**

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$S = 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 + \dots + 997^2 - 998^2 - 999^2 + 1000^2.$$

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 4**

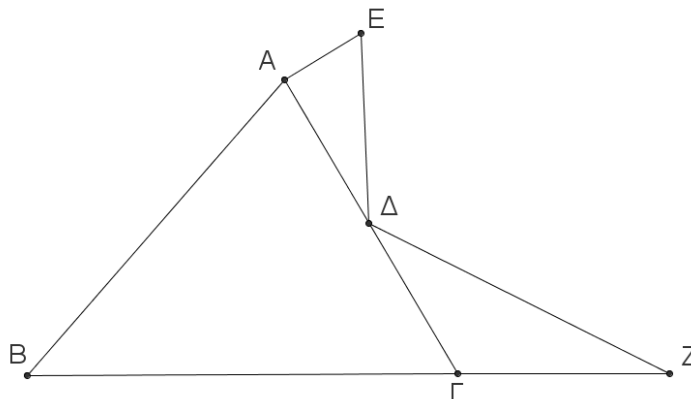
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι το σημείο  $\Delta$  είναι το μέσο της πλευράς  $A\Gamma = \beta$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ ,  $\hat{\Delta}AE = 90^\circ$ , η ευθεία  $\Delta E$  είναι κάθετη προς την ευθεία  $B\Gamma$ ,  $\hat{A}\hat{\Delta}E = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}Z = \theta$  και  $\hat{\Gamma}\hat{Z}\Delta = 30^\circ$ .

(i) Να βρείτε τη γωνία  $\theta$ .

*Μονάδες 1*

(ii) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $EZ$  συναρτήσει του  $\beta$ .

*Μονάδες 4*



**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**