



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 15 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2011

Α' τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

(i) Να βρείτε τις τιμές των ρητών αριθμών α, β για τις οποίες ο αριθμός $\alpha + \beta\sqrt{10}$ είναι ρητός.

Μονάδες 3

(ii) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $x = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ είναι άρρητος.

Μονάδες 2

Πρόβλημα 2

Να προσδιορίσετε τις λύσεις της εξίσωσης

$$(|x|-2)^2 = x^2 + 4\alpha,$$

για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία (ε) που διέρχεται από την κορυφή του A και είναι παράλληλη προς τη πλευρά $B\Gamma$. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} τέμνει την ευθεία (ε) στο σημείο Δ και έστω E το συμμετρικό του Δ ως προς τη κορυφή A . Από το A τέλος θεωρούμε παράλληλη προς την EB η οποία τέμνει τη $B\Delta$ στο σημείο M και τη $B\Gamma$ στο σημείο K . Να αποδείξετε ότι: $AB = BK = K\Delta = \Delta A$.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 4

Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ που ικανοποιούν τις ισότητες

$$\alpha + \beta + \gamma = 2010 \quad \text{και} \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 67^2.$$

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ