

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
28 Ιανουαρίου 2017

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τις αναγκαίες και ικανές συνθήκες μεταξύ των παραμέτρων $a, b \in \mathbb{R}, ab \neq 0$, έτσι ώστε η εξίσωση

$$x^2 + ax + b = a|x|$$

να έχει δύο διαφορετικές μεταξύ τους πραγματικές λύσεις.

Είναι δυνατόν η εξίσωση να έχει τρεις διαφορετικές μεταξύ τους πραγματικές λύσεις;

Πρόβλημα 2

Να λύσετε στους πραγματικούς αριθμούς το σύστημα:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + \dots + x_{2017} + 2017 = 0 \\ x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_{2017}^4 = (-x_1)^3 + (-x_2)^3 + \dots + (-x_{2017})^3 \end{array} \right\}.$$

Πρόβλημα 3

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο $c(O, R)$ (με $AB < A\Gamma < B\Gamma$) και τυχόν σημείο Δ της πλευράς AB . Από το σημείο Δ φέρουμε κάθετη στην ακτίνα OA , η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο Z . Αν E είναι το μέσο της $A\Delta$ και M το μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι τα σημεία B, E, Z και M είναι ομοκυκλικά, δηλαδή ανήκουν στον ίδιο κύκλο.

Πρόβλημα 4

Να βρεθούν όλα τα ζεύγη θετικών ρητών (a, b) που είναι τέτοια ώστε οι αριθμοί $\frac{ab+1}{a}$

και $\frac{ab+1}{b}$ να είναι και οι δύο ακέραιοι.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!