



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
79^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
19 Ιανουαρίου 2019

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να λύσετε στους πραγματικούς αριθμούς την εξίσωση:

$$\left| |x+8| - 3x \right| = \frac{x+7}{6}.$$

Πρόβλημα 2

Αν οι μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί x, y, z ικανοποιούν τις ισότητες

$$x + 2y = y + 3z = z + 5x,$$

να βρείτε:

(α) Την τιμή των λόγων $\frac{x}{y}$ και $\frac{z}{y}$.

(β) Τις τιμές των x, y, z για τις οποίες η παράσταση $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 144$ παίρνει την ελάχιστη τιμή της.

Πρόβλημα 3

Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη (x, y) που είναι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 + 6x \cdot \operatorname{συν}(xy) + 9 = 0$$

και ανήκουν στο ορθογώνιο $D = \left\{ (x, y) : -\pi \leq x \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ του Καρτεσιανού επιπέδου Oxy .

Πρόβλημα 4

Έστω $AB\Gamma\Delta$ τετράπλευρο εγγεγραμμένο σε κύκλο $C_1(O, R)$ τέτοιο ώστε $\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$. Έστω H το ορθόκεντρο του τριγώνου $AB\Delta$. Ο κύκλος $C_2(A, AH)$ κέντρου A και ακτίνας AH τέμνει τον κύκλο $C_1(O, R)$ στα σημεία I και K . Να αποδείξετε ότι: $\Gamma I = \Gamma K = B\Delta$.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες