



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
68<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 24 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2007

## Β' τάξη Λυκείου

### Πρόβλημα 1

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $x, y$  που ικανοποιούν τη σχέση:

$$x^6 + x^4 - 2x^3 - 2x^2y^2 - 2y^2 + 2y^4 + 2 = 0.$$

### Πρόβλημα 2

Να βρεθούν όλες οι δυνατές τιμές των θετικών μονοψήφιων ακεραίων αριθμών  $\kappa, \lambda, \mu$ , για τους οποίους η δευτεροβάθμια εξίσωση  $\kappa x^2 + \lambda x + \mu = 0$  έχει δύο ακέραιες ίσες λύσεις.

### Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$  και ημιευθεία  $Αx // ΒΓ$  (η  $Αx$  βρίσκεται στο ίδιο ημιεπίπεδο με το σημείο  $Γ$  ως προς την ευθεία  $ΑΒ$ ). Στην ημιευθεία  $Αx$  θεωρούμε τα σημεία  $Δ$  και  $Ε$  έτσι, ώστε το τετράπλευρο  $ΒΓΔΕ$  να είναι ρόμβος (το σημείο  $Ε$  βρίσκεται ανάμεσα στο  $Α$  και στο  $Δ$ ). Στο σημείο  $Δ$  θεωρούμε την κάθετη ευθεία στη  $ΔΓ$  που τέμνει την προέκταση της πλευράς  $ΒΑ$  στο  $Ζ$ .

(α) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο  $ΔΕΖ$  είναι ισόπλευρο.

(β) Να αποδειχθεί ότι το  $Ε$  είναι έγκεντρο του τριγώνου  $ΑΓΖ$ .

### Πρόβλημα 4.

Αν  $x, y, z \in \mathbb{R}^*$ , να λυθεί το σύστημα:

$$3x^2y + 2yz^2 = 70xz$$

$$7y^2z + 4zx^2 = 256xy$$

$$5z^2x + 6xy^2 = 52yz.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ