

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
74<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
19 Οκτωβρίου 2013

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό  $x$  να αποδείξετε ότι:

$$\frac{9x^2 + 3x + 1}{x} - \frac{27x}{9x^2 + 3x + 1} \geq 6.$$

Για ποιες τιμές του  $x$  ισχύει η ισότητα;

**Πρόβλημα 2**

Να υπολογιστούν οι ακέραιοι συντελεστές  $\alpha, \beta, \gamma$  της εξίσωσης  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $\alpha \neq 0$ , αν αυτή έχει ρίζες  $x_1 = 1$  και  $x_2 = \beta$ .

**Πρόβλημα 3**

Να βρείτε όλες τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  για τις οποίες η αριθμητική τιμή του κλάσματος

$$\frac{2x^2 + x - 4}{x^2 - x + 2}$$

είναι θετικός ακέραιος.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  (με  $AB < A\Gamma < B\Gamma$ ) εγγεγραμμένο σε κύκλο  $C(O, R)$  (με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $R$ ). Ο κύκλος  $C_B(B, AB)$  (με κέντρο  $B$  και ακτίνα  $AB$ ), τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $K$  και τον κύκλο  $C(O, R)$  στο σημείο  $\Lambda$ . Ο κύκλος  $C_\Gamma(\Gamma, A\Gamma)$  (με κέντρο  $\Gamma$  και ακτίνα  $A\Gamma$ ), τέμνει την  $AB$  στο σημείο  $M$  και τον κύκλο  $C(O, R)$  στο σημείο  $N$ . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο που ορίζουν τα σημεία  $K, \Lambda, M, N$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*