



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
77<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
12 Νοεμβρίου 2016

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να προσδιορίσετε την τιμή του ακέραιου αριθμού  $\alpha$  για την οποία ο ακέραιος

$$A = (\alpha^2 + 18)^2 - (8\alpha + 1)^2$$

είναι πρώτος.

**Πρόβλημα 2**

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και σημείο  $\Delta$  στη διάμεσό του  $AM$  τέτοιο, ώστε  $MB = M\Gamma = M\Delta$ . Με βάση την  $A\Delta$  κατασκευάζουμε τετράγωνο  $A\Delta E Z$  (στο ημιπίπεδο με ακμή την  $AM$ , που περιέχει το  $\Gamma$ ). Αν  $K$  είναι το σημείο τομής των  $A\Gamma$  και  $E Z$ , να αποδείξετε ότι η  $MK$  είναι παράλληλη στην  $A\Delta$ .

**Πρόβλημα 3**

Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό  $\alpha$  ισχύει η ανισότητα:

$$\frac{(2\alpha+1)(2\alpha+3)(2\alpha+5)(2\alpha+7)}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)(\alpha+3)} > 16\sqrt{\frac{\alpha+4}{\alpha}}.$$

**Πρόβλημα 4**

Να βρεθούν οι μη-αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί  $x, y, z, w$  που ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$\left\{ x + \frac{1}{x} - w = 2, y + \frac{1}{y} - w = 2, z + \frac{1}{z} + w = 2, y + \frac{1}{z} + w = 2 \right\}$$

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*