



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
78<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
11 Νοεμβρίου 2017

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Σε ένα φιλικό παιχνίδι ποδοσφαίρου, ο προπονητής θέλει να χρησιμοποιήσει και τους 16 παίκτες που έχει και να παίξουν όλοι τον ίδιο χρόνο. Αν το παιχνίδι διαρκεί 90 λεπτά και η ομάδα παίζει κάθε στιγμή με 11 ποδοσφαιριστές, είναι δυνατόν όλοι οι ποδοσφαιριστές να παίξουν ακέραιο αριθμό λεπτών;

**Πρόβλημα 2**

Να βρεθούν όλες οι τριάδες  $(x, y, z)$  ακεραίων αριθμών που είναι τέτοιες ώστε:

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4x - 4y + 12z + 6 = 0$$

**Πρόβλημα 3**

Γράφουμε θετικό ακέραιο  $A$  χρησιμοποιώντας όσες φορές θέλουμε το ψηφίο 9 και μία φορά το ψηφίο 4. Να προσδιορίσετε τον ελάχιστο δυνατό θετικό ακέραιο  $A$  που μπορούμε να γράψουμε ο οποίος διαιρείται με όσο είναι δυνατόν περισσότερους από τους ακέραιους 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

**Πρόβλημα 4**

Στη πλευρά  $B\Gamma$  ισοπλεύρου τριγώνου  $AB\Gamma$ , θεωρούμε σημείο  $M$  (διαφορετικό από το μέσο της  $B\Gamma$ ) και ευθεία  $(\varepsilon)$  που περνάει από την κορυφή  $A$  και είναι παράλληλη στην πλευρά  $B\Gamma$ . Ο κύκλος  $C_1$  (που έχει κέντρο το μέσο  $K$  του  $MB$  και ακτίνα  $KB$ ) τέμνει την  $AB$  στο  $\Delta$ . Ο κύκλος  $C_2$  (που έχει κέντρο το μέσο  $\Lambda$  του  $M\Gamma$  και ακτίνα  $\Lambda\Gamma$ ) τέμνει την  $A\Gamma$  στο  $E$ . Οι ευθείες  $K\Delta$  και  $\Lambda E$  τέμνουν την ευθεία  $(\varepsilon)$  στα σημεία  $\Pi$  και  $P$  αντίστοιχα. Αν τέλος οι ευθείες  $K\Delta$  και  $\Lambda E$  τέμνονται στο σημείο  $T$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $\Pi PT$  είναι ισόπλευρο και να υπολογίσετε το εμβαδό του συναρτήσει του μήκους  $\alpha$  της πλευράς  $B\Gamma$ .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*