ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

6η ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Μάρτιος 2005 ΧΡΟΝΟΣ: 60 ΛΕΠΤΑ

Δοκίμιο για Α', Β', Γ' Γυμνασίου

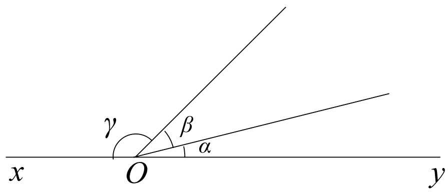
Άσκηση 1. Το 50% του 50 ισούται με:

Α. 1 *Β. 25* *Γ. 50* *Δ. 100* *Ε. Κανένα από τα προηγούμενα*

Άσκηση 2. Ο Γαβρίλης μπορεί να φάει τρεις φλαούνες σε δύο λεπτά. Ο Κωστής μπορεί να φάει δύο φλαούνες σε τρία λεπτά. Εάν τρώνε με αυτόν τον ρυθμό, πόσες φλαούνες μπορούν να φάνε μαζί σε μία ώρα;

Α. 72 *Β. 96* *Γ. 112* *Δ. 130* *Ε. Κανένα από τα προηγούμενα*

Άσκηση 3. Στο παρακάτω σχήμα η xOy είναι ευθεία και οι γωνίες α, β, γ ικανοποιούν τις σχέσεις $\beta : \alpha = 2 : 1$ και $\gamma : \beta = 3 : 1$. Η γωνία β είναι ίση με:



Α. 20° *Β. 30°* *Γ. 40°* *Δ. 45°* *Ε. 50°*

Άσκηση 4. Ο Μιχάλης χρειάζεται τέσσερα λίτρα μπογιά για να βάψει μια τετράγωνη επιφάνεια. Για να βάψει μια άλλη τετράγωνη επιφάνεια με τριπλάσια πλευρά από την προηγουμένη, πόσα λίτρα μπογιάς θα χρειαστεί;

Α. 8 *Β. 12* *Γ. 16* *Δ. 36* *Ε. 48*

Άσκηση 5. Ο αριθμός $B = 1 + 11 + 11^2 + 11^3 + \ldots + 11^{13} + 11^{14} + 5^{15}$

Α. Διαιρείται με το 2 αλλά δεν διαιρείται με το 5.

Β. Διαιρείται με το 5 αλλά δεν διαιρείται με το 2.

Γ. Διαιρείται με το 10.

Δ. Διαιρείται με το 11.

Ε. Κανένα από τα προηγούμενα.

Άσκηση 6. Πόσα διαφορετικά ισοσκελή τρίγωνα με περίμετρο 17 μπορούμε να σχηματίσουμε των οποίων τα μήκη των πλευρών τους είναι ακέραιοι αριθμοί;

Α. *4* **Β.** *5* **Γ.** *6* **Δ.** *7* **Ε.** *8*

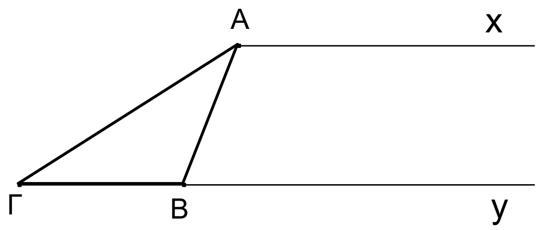
Άσκηση 7. Η τιμή της παράστασης $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)...\left(1-\frac{1}{2005}\right)$ ισούται με:

Α. $\frac{1}{2005}$ **Β.** $\frac{2}{2005}$ **Γ.** $\frac{2004}{2005}$ **Δ.** $\frac{204}{2005}$ **Ε.** $\frac{24}{2005}$

Άσκηση 8. Ποιος είναι ο επόμενος όρος της ακολουθίας των αριθμών *4, 9, 25, 49, ...*

Α. *64* **Β.** *81* **Γ.** *121* **Δ.** *144* **Ε.** *169*

Άσκηση 9. Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ $\left(B > 90°\right)$ και ημιευθείες Αχ, Γy τέτοιες ώστε Αχ // Γy. Εάν το σημείο Α μετακινείται πάνω στην ημιευθεία Αχ προς το μέρος του χ, τότε στο τρίγωνο $ΑΒΓ$:



Α. Η περίμετρος και το εμβαδόν του μειώνονται.

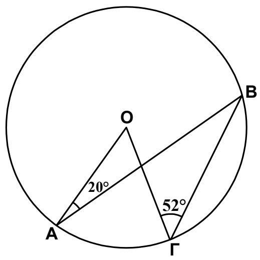
Β. Η περίμετρος και το εμβαδόν του παραμένουν σταθερά.

Γ. Η περίμετρος και το εμβαδόν του αυξάνονται.

Δ. Η περίμετρος του αυξάνεται και το εμβαδόν του παραμένει σταθερό.

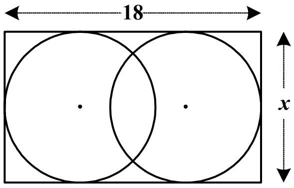
Ε. Η περίμετρος του παραμένει σταθερή και το εμβαδόν του αυξάνεται.

Άσκηση 10. Στο διπλανό σχήμα, το σημείο Ο είναι κέντρο κύκλου, $\widehat{OAB} = 20°$ και $\widehat{OΓB} = 52°$. Το μέτρο της γωνίας $\widehat{ΑΒΓ}$ ισούται με:



Α. *20°* **Β.** *32°* **Γ.** *36°* **Δ.** *40°* **Ε.** *48°*

Άσκηση 11. Δύο τεμνόμενοι κύκλοι εφάπτονται στις πλευρές του ορθογωνίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η απόσταση των κέντρων των κύκλων ισούται με $\frac{4x}{5}$.



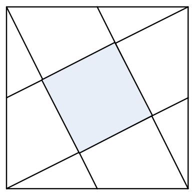
Το x ισούται με:

Α. 6 *Β.* 9 *Γ.* $\frac{64}{5}$ *Δ.* 10 *Ε.* 12

Άσκηση 12. Ένα σύνολο από πέντε διαφορετικούς μεταξύ τους ακέραιους θετικούς αριθμούς, έχει μεσαίο αριθμό το 20 και μέσο όρο 17. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει ο μεγαλύτερος από τους πέντε αριθμούς;

Α. 31 *Β.* 37 *Γ.* 41 *Δ.* 44 *Ε.* 45

Άσκηση 13. Δίνεται τετράγωνο με εμβαδόν 1. Συνδέουμε τις κορυφές του τετραγώνου με τα μέσα των πλευρών του όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το εμβαδόν του σκιασμένου τετράπλευρου ισούται με:



Α. $\frac{1}{2}$ *Β.* $\frac{2}{5}$ *Γ.* $\frac{1}{4}$ *Δ.* $\frac{1}{5}$ *Ε.* $\frac{1}{3}$

Άσκηση 14. Οι αριθμοί $4, \alpha, \beta, 25$ έχουν γραφτεί από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Κάθε δύο διαδοχικοί αριθμοί έχουν ίση διαφορά. Ο αριθμός β ισούται με:

Α. 16 *Β.* 17 *Γ.* 18 *Δ.* 19 *Ε.* 20

Άσκηση 15. Ένα τετράγωνο έχει περίμετρο 40 εκατοστά και τετραπλάσιο εμβαδόν από ένα άλλο μικρότερο τετράγωνο. Η περίμετρος σε εκατοστά του μικρότερου τετραγώνου ισούται με:

Α. 5 *Β.* $5\sqrt{2}$ *Γ.* 10 *Δ.* $10\sqrt{2}$ *Ε.* 20

Άσκηση 16. Θεωρούμε το σύνολο των ακεραίων : 100, 101, 102, . . . , 998, 999.

Πόσοι από αυτούς τους αριθμούς δεν περιέχουν το ψηφίο 7;

Α. *648*   **Β.** *512*   **Γ.** *507*   **Δ.** *728*   **Ε.** *Κανένα από τα προηγούμενα*

Άσκηση 17. Η Ιωάννα αγόρασε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή και ο πωλητής της έκανε αρχικά έκπτωση 10%. Στη συνέχεια ο ιδιοκτήτης του καταστήματος της έκανε επιπλέον έκπτωση 15% στην τιμή που της πρόσφερε ο πωλητής. Η έκπτωση που έγινε στην αρχική τιμή του υπολογιστή είναι:

Α. *12,5%*   **Β.** *23,5%*   **Γ.** *25%*   **Δ.** *56,5%*   **Ε.** *Κανένα από τα προηγούμενα.*

Άσκηση 18. Το πλήθος των τετραψήφιων αριθμών των οποίων το άθροισμα των ψηφίων τους είναι μεγαλύτερο από το 34 ισούται με:

Α. *20*   **Β.** *12*   **Γ.** *10*   **Δ.** *7*   **Ε.** *5*

Άσκηση 19. Αν $x = 6 \cdot 10^{\nu-1}$ και $y = 8 \cdot 10^{\nu-1}$ όπου ν θετικός ακέραιος ($\nu > 0$), τότε η παράσταση $x^2 + y^2$ ισούται με:

Α. $10^{2\nu}$ **Β.** $10^{\nu+1}$ **Γ.** $48 \cdot 10^{\nu-1}$ **Δ.** $14 \cdot 10^{\nu-1}$ **Ε.** $14 \cdot 10^{2(\nu-1)}$

Άσκηση 20. Κιβώτιο σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι γεμάτο με χ ίσους κύβους χρώματος μπλε. Αν αφαιρέσουμε τους μπλε κύβους από το κιβώτιο και το γεμίσουμε με πράσινους κύβους που η ακμή τους είναι η μισή της ακμής των μπλε κύβων, τότε ο αριθμός των πράσινων κύβων που χρειάζονται για να γεμίσει το κιβώτιο είναι:

Α. *4χ*   **Β.** *2χ*   **Γ.** *8χ*   **Δ.** *16χ*   **Ε.** *32χ*

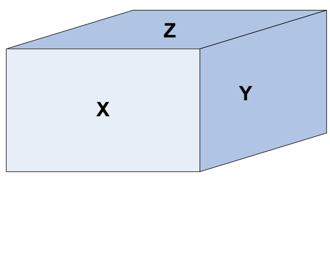
Άσκηση 21. Το άθροισμα των φυσικών αριθμών που διαιρούν τον αριθμό τον 2^8 ισούται με:

Α. *9*   **Β.** *254*   **Γ.** *510*   **Δ.** *511*   **Ε.** *Κανένα από τα προηγούμενα*

Άσκηση 22. Αν το χ είναι το 250% του ψ, τότε τι ποσοστό είναι το 2ψ για το χ;

Α. *50%*   **Β.** *80%*   **Γ.** *125%*   **Δ.** *150%*   **Ε.** *175%*

Άσκηση 23. Τα εμβαδά των εδρών σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι X, Y, Z και ο όγκος του παραλληλεπιπέδου είναι V. Το γινόμενο $X \cdot Y \cdot Z$ ισούται με:

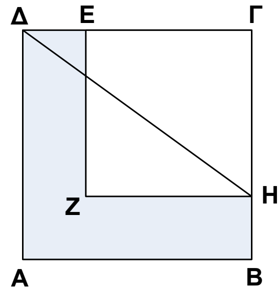


Α. V **Β.** $2V$ **Γ.** V^2 **Δ.** $2V^2$ **Ε.** V^3

Άσκηση 24. Το άθροισμα των ψηφίων του γινομένου $999999 \cdot 777777$ ισούται με:

Α. *56* **Β.** *54* **Γ.** *52* **Δ.** *50* **Ε.** *48*

Άσκηση 25. Τα ΑΒΓΔ και ΕΖΗΓ είναι τετράγωνα. Το σκιασμένο εμβαδόν είναι 30. Εάν ΔΗ=10, τότε το μήκος του ΓΔ ισούται με:



Α. $\sqrt{35}$ **Β.** $\sqrt{65}$ **Γ.** $\dfrac{\sqrt{130}}{2}$ **Δ.** $\sqrt{10}$ **Ε.** 8

Άσκηση 26. Αν $\nu! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot(\nu-1)\cdot\nu$ (π.χ. $4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4$) τότε ο φυσικός αριθμός ν για τον οποίο ισχύει $\nu! = 2^8\cdot 3^4\cdot 5^2\cdot 7$ ισούται με:

Α. *7* **Β.** *11* **Γ.** *9* **Δ.** *10* **Ε.** *13*

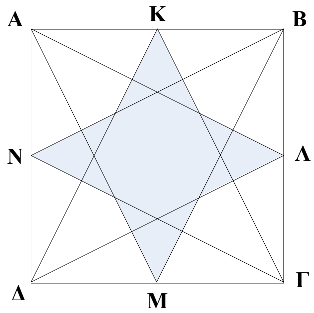
Άσκηση 27. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς $x = \dfrac{2005}{2004}$, $y = \left(\dfrac{2005}{2004}\right)^2$, $\omega = \dfrac{2006}{2005}$, $z = \left(\dfrac{2006}{2005}\right)^2$ και $\kappa = \left(\dfrac{2004}{2005}\right)^4$;

Α. x **Β.** y **Γ.** ω **Δ.** z **Ε.** κ

Άσκηση 28. Στην αλγεβρική παράσταση $A = \dfrac{10\nu}{1+2\nu}$, ν θετικός ακέραιος. Εάν ο αριθμός ν αυξάνεται, τότε ο αριθμός Α:

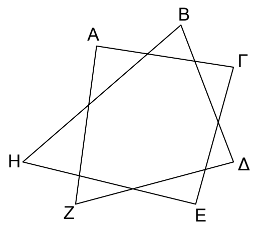
Α. *μειώνεται.* **Β.** *αυξάνεται.* **Γ.** *παραμένει ο ίδιος.* **Δ.** *αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται.* **Ε.** *αρχικά μειώνεται και μετά αυξάνεται.*

Άσκηση 29. Το «αστέρι» σχηματίζεται από τα μέσα των πλευρών του τετραγώνου τα οποία συνδέονται με τις απέναντι κορυφές όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν η πλευρά του τετραγώνου ισούται με 24, το εμβαδόν του «αστεριού» ισούται με:



Α. *192* ***Β.*** *384* ***Γ.*** *576* ***Δ.*** *96* ***Ε.*** *Κανένα από τα προηγούμενα*

Άσκηση 30. Στο παρακάτω σχήμα $\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}+\hat{\Delta}+\hat{E}+\hat{Z}+\hat{H}=$



Α. *720°* ***Β.*** *540°* ***Γ.*** *360°* ***Δ.*** *300°* ***Ε.*** *900°*

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Β	Δ	Γ	Δ	Γ	Α	Α	Γ	Δ	Β	Δ	Γ	Δ	Γ	Ε	Α	Β	Ε	Α	Γ	Δ	Β	Γ	Β	Β	Δ	Β	Β	Α	Β

English Version

GYMNASIUM

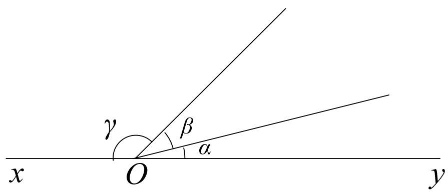
Problem 1. 50% of 50 is equal to:

A. 1 *B.* 25 *C.* 50 *D.* 100 *E.* None of them

Problem 2. Gabrilis can eat three “flaounas” in two minutes while Kostis can eat two “flaounas” in three minutes. At these rates, how many “flaounas” can they eat together in one hour?

A. 72 *B.* 96 *C.* 112 *D.* 130 *E.* None of them

Problem 3. The angles $\alpha, \beta, \gamma,$ as shown in the diagram, satisfy the relations $\beta:\alpha=2:1$ and $\gamma:\beta=3:1$. The measure of angle β is equal to:



A. 20° *B.* 30° *C.* 40° *D.* 45° *E.* 50°

Problem 4. Michael needs four liters of paint in order to paint a square surface. In order to paint another square surface whose side is three times the side of the previous surface, how many liters of paint does he need?

A. 8 *B.* 12 *C.* 16 *D.* 36 *E.* 48

Problem 5. The number $B = 1+11+11^2+11^3+\ldots+11^{13}+11^{14}+5^{15}$

A. is divisible by 2 but is not divisible by 5.

B. is divisible by 5 but is not divisible by 2.

C. is divisible by 10.

D. is divisible by 11.

E. None of them.

Problem 6. How many different isosceles triangles of perimeter 17 can we draw, if the lengths of their sides are integer numbers?

A. 4 *B.* 5 *C.* 6 *D.* 7 *E.* 8

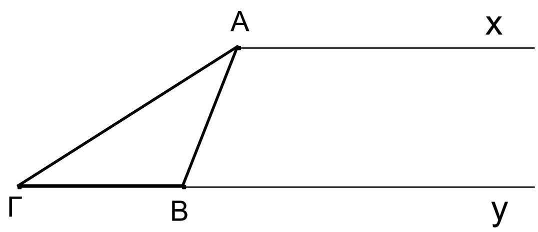
Problem 7. The value of the expression $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{2005}\right)$ equals to:

A. $\frac{1}{2005}$ *B.* $\frac{2}{2005}$ *C.* $\frac{2004}{2005}$ *D.* $\frac{204}{2005}$ *E.* $\frac{24}{2005}$

Problem 8. The number that comes next in the sequence *4, 9, 25, 49, ...* is:

A. *64* *B.* *81* *C.* *121* *D.* *144* *E.* *169*

Problem 9. The triangle $AB\Gamma$ $(B > 90°)$ is obtuse and the half-line Ax, Γy are such as Ax // Γy. If the point A moves on the half-line Ax towards x, then for triangle $AB\Gamma$:



A. Its perimeter and area decreases.

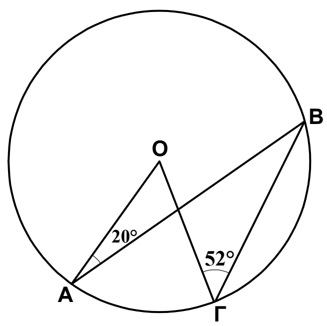
B. Its perimeter and area stay the same.

C. Its perimeter and area increases.

D. Its perimeter increases and its area stay the same.

E. Its perimeter stays the same and its area increases.

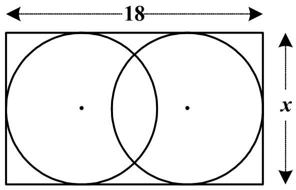
Problem 10. In the diagram shown, point O is the centre of the circle, $\widehat{OAB} = 20°$ and $\widehat{O\Gamma B} = 52°$. The measure of the angle $\widehat{AB\Gamma}$ is :



A. *20°* *B.* *32°* *C.* *36°* *D.* *40°* *E.* *48°*

Problem 11. Two intersected circles with equal radii length are inscribed in a rectangle, as shown. The distance between their centres is $\frac{4x}{5}$.

The value of x is:

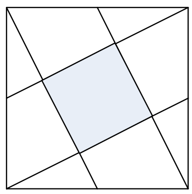


A. 6 *B.* 9 *C.* $\frac{64}{5}$ *D.* 10 *E.* 12

Problem 12. A set of five different positive integers, has a median equal to 20 and mean equal to 17. What is the largest possible value of the largest of these five numbers?

A. 31 *B.* 37 *C.* 41 *D.* 44 *E.* 45

Problem 13. We join with straight lines every vertex of the square with the midpoint of the opposite side as shown in the figure. If the area of the square is 1, what is the area of the shaded quadrilateral:



A. $\frac{1}{2}$ *B.* $\frac{2}{5}$ *C.* $\frac{1}{4}$ *D.* $\frac{1}{5}$ *E.* $\frac{1}{3}$

Problem 14. The numbers $4, \alpha, \beta, 25$ are arranged from smallest to largest. The difference between any two consecutive numbers is the same. The value of β is:

A. 16 *B.* 17 *C.* 18 *D.* 19 *E.* 20

Problem 15. A square of perimeter 40 has four times the area of a smaller square. The smaller square has a perimeter of

A. 5 *B.* $5\sqrt{2}$ *C.* 10 *D.* $10\sqrt{2}$ *E.* 20

Problem 16. How many of the numbers 100, 101, 102, … , 998, 999 do not contain the digit 7?

A. *648* ***B.*** *512* ***C.*** *507* ***D.*** *728* ***E.*** *None of them.*

Problem 17. Ioanna bought a computer and the salesperson offered her a 10% discount. Later, the shop owner gave her an additional 15% discount at the last price after the discount by the salesperson. The total discount from the original price that she received is:

A. *12,5%* ***B.*** *23,5%* ***C.*** *25%* ***D.*** *56,5%* ***E.*** *None of them.*

Problem 18. The number of the 4-digit numbers whose sum of their digits is greater than 34 is :

A. *20* ***B.*** *12* ***C.*** *10* ***D.*** *7* ***E.*** *5*

Problem 19. Given that $x = 6 \cdot 10^{\nu-1}$ and $y = 8 \cdot 10^{\nu-1}$, ν positive integer ($\nu > 0$), the expression $x^2 + y^2$ is equal to:

A. $10^{2\nu}$ ***B.*** $10^{\nu+1}$ ***C.*** $48 \cdot 10^{\nu-1}$ ***D.*** $14 \cdot 10^{\nu-1}$ ***E.*** $14 \cdot 10^{2(\nu-1)}$

Problem 20. A box with an orthogonal parallelepiped shape is full of χ same cubes of blue colour. If we remove the blue cubes from the box and we fill it up with green cubes whose edge is half in length as that of the edge of the blue cubes, how many green tubes are needed to fill up the box?

A. *4χ* ***B.*** *2χ* ***C.*** *8χ* ***D.*** *16χ* ***E.*** *32χ*

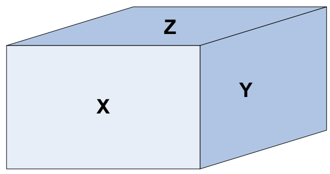
Problem 21. The sum of all positive integers that divides the number 2^8 is:

A. *9* ***B.*** *254* ***C.*** *510* ***D.*** *511* ***E.*** *None of them.*

Problem 22. If χ is 250% of y, what percentage of χ is 2y ?

A. *50%* ***B.*** *80%* ***C.*** *125%* ***D.*** *150%* ***E.*** *175%*

Problem 23. The area of the faces of the rectangular box are *X, Y, Z* and the volume of the box is V. The product $X \cdot Y \cdot Z$ is equal to:

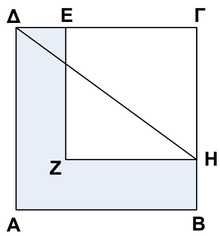


A. V **B.** $2V$ **C.** V^2 **D.** $2V^2$ **E.** V^3

Problem 24. The sum of all digits of the product $999999 \cdot 777777$ is equal to:

A. *56* **B.** *54* **C.** *52* **D.** *50* **E.** *48*

Problem 25. ΑΒΓΔ and ΕΖΗΓ are squares. The area of the shaded region is 30. If ΔΗ=10, the length of ΓΔ equals to:



A. $\sqrt{35}$ **B.** $\sqrt{65}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{130}}{2}$ **D.** $\sqrt{10}$ **E.** 8

Problem 26. If $\nu! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot (\nu - 1) \cdot \nu$ (e.g. $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$) then the positive integer ν for which $\nu! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ is equal to:

A. *7* **B.** *11* **C.** *9* **D.** *10* **E.** *13*

Problem 27. Which is the greatest of the numbers $x = \dfrac{2005}{2004}$, $y = \left(\dfrac{2005}{2004}\right)^2$,

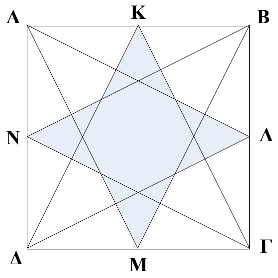
$\omega = \dfrac{2006}{2005}$, $z = \left(\dfrac{2006}{2005}\right)^2$ και $\kappa = \left(\dfrac{2004}{2005}\right)^4$?

A. x **B.** y **C.** ω **D.** z **E.** κ

Problem 28. In the expression $A = \dfrac{10\nu}{1+2\nu}$, ν is a positive integer. If ν increases, the number A will:

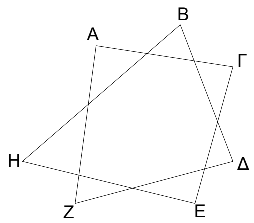
A. *decrease.* **B.** *increase.* **C.** *stay the same.* **D.** *first increase and then decrease.* **E.** *first decrease and then increase.*

Problem 29. The four-pointed "star" is formed by taking a square with side length 24 and joining the midpoints of each side to the corners as shown. The area of the star is equal to:



A. *192* ***B.*** *384* ***C.*** *576* ***D.*** *96* ***E.*** *None of them.*

Problem 30. In the figure as shown below $\hat{A}+\hat{\mathrm{B}}+\hat{\Gamma}+\hat{\Delta}+\hat{\mathrm{E}}+\hat{\mathrm{Z}}+\hat{\mathrm{H}}=$



A. *720°* ***B.*** *540°* ***C.*** *360°* ***D.*** *300°* ***E.*** *900°*

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Β	Δ	Γ	Δ	Γ	Α	Α	Γ	Δ	Β	Δ	Γ	Δ	Γ	Ε

Ερ	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Α	Β	Ε	Α	Γ	Δ	Β	Γ	Β	Β	Δ	Β	Β	Α	Β