Δοκίμιο για τη Α', Β', Γ' Τάξη Λυκείου

13 Απριλίου 2008

1. Αν για όλους τους αριθμούς εκτός από το 0 ισχύει $x * y = \frac{y^2}{x}$ τότε το $\alpha * \ \beta * \gamma$ είναι

Α. $\frac{\alpha^2 \beta}{\gamma^2}$ Β. $\frac{\alpha^2 \gamma}{\beta^2}$ Γ. $\frac{\beta^2 \gamma^2}{\alpha}$ Δ. $\frac{\gamma^4 \alpha}{\beta^2}$ Ε. $\frac{\gamma^4}{\alpha \beta^2}$

2. Ο πληθυσμός μιας πόλης αυξήθηκε κατά 1200 κατοίκους σε ένα χρόνο. Στη συνέχεια μειώθηκε κατά 11%.Η πόλη έχει τώρα 32 κατοίκους λιγότερους από τον αρχικό πληθυσμό της. Ο αρχικός πληθυσμός της ήταν

Α.1200 Β. 11200 Γ. 9968 Δ. 10000 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

3. Το εμβαδόν της επιφάνειας ενός κύβου είναι το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού της επιφάνειας ενός άλλου κύβου. Ο λόγος του όγκου του πρώτου κύβου προς τον όγκο του δεύτερου κύβου είναι

Α. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ Β. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Γ. $\frac{1}{4}$ Δ. $\frac{1}{8}$ Ε. $2\sqrt{2}$

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5$ με πεδίο ορισμού $A = \ -3,3$, τότε το πεδίο τιμών της f είναι

Α. $0 \le f(x) \le 9$ Β. $-5 \le f(x) \le 4$ Γ. $-5 \le f(x) \le 9$ Δ. $5 \le f(x) \le 9$ Ε. $0 \le f(x) \le 4$

5. Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των ευθειών $x = 4$, $y = 3$ και $4x + 5y - 11 = 0$ είναι

Α. 6cm^2 Β. 20cm^2 Γ. 10cm^2 Δ. 12cm^2 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

6. Ο $100^{ος}$ όρος της ακολουθίας 4,12,24,40,60,84,... είναι

Α. 22200 Β. 10100 Γ. 20200 Δ. 22100 Ε. 10000

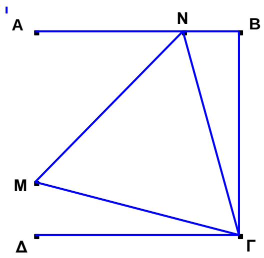
7. Ο μικρότερος πρώτος αριθμός που διαιρεί την παράσταση $3^{11} + 5^{11}$ είναι

Α. 2 Β. 3 Γ. 5 Δ. 11 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

8. Αν (3,2) είναι ένα σημείο της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$ ποιο από τα παρακάτω είναι το αντίστοιχο σημείο πάνω στην γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2 \cdot f\left[2 \cdot \left(\frac{x+4}{5}\right)\right] + 6$

Α. $(-2,-3)$ Β. $\left(10, -\frac{7}{2}\right)$ Γ. $\left(\frac{7}{2}, 10\right)$ Δ. $(6,-2)$ Ε.$(-1,2)$

9. Μέσα σε τετράγωνο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΓΜΝ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα .Αν το εμβαδόν του τετραγώνου είναι 1 τότε το εμβαδόν του ισόπλευρου τριγώνου είναι:



Α. $2\sqrt{3}-3$ Β. $1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ Γ. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ Δ. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ Ε. $4-2\sqrt{3}$

10. Το πλήθος των τριγώνων που σχηματίζονται με κορυφές τα σημεία (0,0), (1,0), (1,3), (4,3) έτσι ώστε το κάθε τρίγωνο να έχει εμβαδόν 1 είναι

Α. 4 Β. 3 Γ. 2 Δ. 1 Ε. 0

11. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=\dfrac{10}{\sqrt{x+2}-2}$.Το πεδίο ορισμού της είναι:

Α. $-\infty, 2$ Β. $0, 2$ Γ. $R-\ 2$ Δ. $-2, 2 \ \cup\ 2, +\infty$ Ε. $-2, 2$

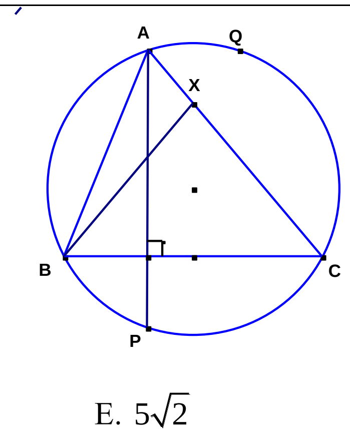
12. Αν $x+y=a$, $y+z=b$ και $x+z=c$ ο μέσος όρος των x, y, z είναι

Α. $\dfrac{a+b+c}{2}$ Β. $\dfrac{a+b+c}{3}$ Γ. $\dfrac{a+b+c}{4}$ Δ. $\dfrac{a+b+c}{6}$ Ε. Δεν μπορεί να προσδιοριστεί

13. Τα p, q και r είναι θετικοί ακέραιοι με $p<q$, $r>q$.Αν $0<\dfrac{p}{q}<1$ τότε το κλάσμα $\dfrac{p}{q}$ θα το λέμε «πρώτο» κλάσμα. Ποιό από τα παρακάτω είναι ένα «πρώτο» κλάσμα.

Α. $\dfrac{r}{q}$ Β. $\dfrac{q}{p}$ Γ. $\dfrac{r}{p}$ Δ. $\dfrac{p}{r}$ Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

14. Στο σχήμα το ABC τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με ακτίνα 4, $AP \perp BC$ και το σημείο Χ βρίσκεται πάνω στο AC ώστε $BX=CX$.Αν η BX τέμνει τον κύκλο στο Q, τότε το μήκος του τμήματος PQ είναι:



Α. 7 Β. 6 Γ. 8 Δ. 10 Ε. $5\sqrt{2}$

15. Αν $f\ \alpha,\beta\ = \begin{cases} \alpha & \text{με } \alpha=\beta \\ f\ \alpha-\beta,\beta & \mu\varepsilon\ \alpha>\beta \\ f\ \beta-\alpha,\alpha & \mu\varepsilon\ \alpha<\beta \end{cases}$, τότε η τιμή του $f\ \ 28{,}17$ είναι

Α. 8 Β. 0 Γ. 11 Δ. 5 Ε. 1

16. Δεδομένου ότι έχουμε $a<b$ ποια από τις πιο κάτω σχέσεις ΔΕΝ είναι αληθής για όλες τις τιμές των a και b που ικανοποιούν την δοθείσα σχέση

Α. $-a<|b|$ Β. $-a>-b$ Γ. $-b^2<a^2$ Δ. $-a^2<b^2$ Ε. $0<-\ \ a-b$

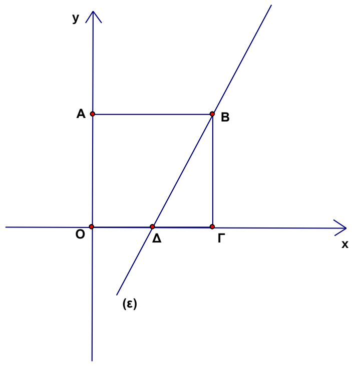
17. Σε κύκλο ακτίνας R επιλέγονται τυχαία δύο σημεία Α,Β. Η πιθανότητα το μήκος της χορδής ΑΒ να είναι τουλάχιστον R είναι:

Α. $\frac{1}{2}$ Β. $\frac{1}{3}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{5}{6}$ Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

18. Το ΑΒΓΟ είναι τετράγωνο πλευράς 1

και το Δ είναι το μέσον του ΟΓ.

Η εξίσωση της ευθείας (ε) είναι :



Α. $x+y=1$ Β. $x+y=\frac{1}{2}$ Γ. $y=2x$ Δ. $2x+y=1$ Ε. $y=2x-1$

19. Αν είναι $x^2+3x+2<0$ και $f(x)=x^2-3x+2$ τότε

Α. $0<f(x)<6$ Β. $f(x)\geq\frac{3}{2}$ Γ. $f(x)>12$ Δ. $f(x)>0$ Ε. $6<f(x)<12$

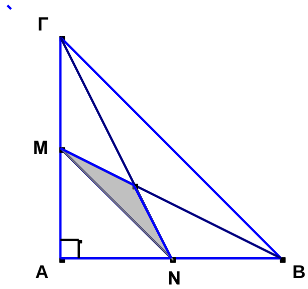
20. Με τα μουσικά όργανα κιθάρα, μπουζούκι και βιολί θα σχηματίσουμε 4μελή ορχήστρα στην οποία θα υπάρχουν 2 τουλάχιστον διαφορετικά όργανα. Το πλήθος τέτοιων ορχηστρών είναι

Α. 12 Β. 15 Γ. 11 Δ. 14 Ε. 13

21. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ= x.

Αν Μ και Ν τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα

τότε το εμβαδόν του σκιασμένου τριγώνου είναι:



Α. $\frac{x^2}{6}$ Β. $\frac{x^2\sqrt{2}}{6}$ Γ. $\frac{x^2}{12}$ Δ. $\frac{x^2\sqrt{2}}{24}$ Ε. $\frac{x^2}{24}$

22. Αν $f(x)=3x^2+4x+5$, η τιμή του $k\in R$ έτσι ώστε η γραφική παράσταση της $f(x-k)$ να είναι συμμετρική ως προς τον y-άξονα είναι:

Α. $\frac{2}{3}$ Β. $-\frac{2}{3}$ Γ. 0 Δ. -4 Ε. $-\frac{4}{3}$

23. Ο αριθμός $N=3^{2007}-2\cdot 2007-1$ διαιρείται με

Α. 3 Β. 4 Γ. 5 Δ.6 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

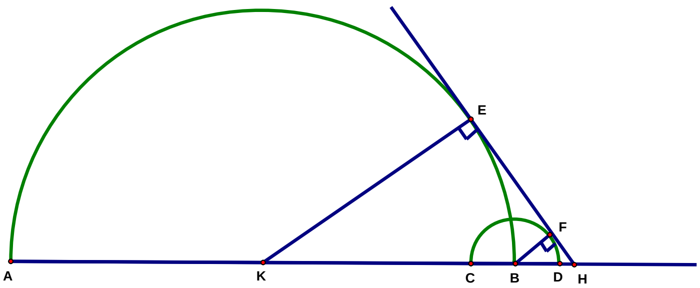
24. Ο λόγος του εμβαδού του τετραγώνου εγγεγραμμένου σε ένα ημικύκλιο ακτίνας R προς το εμβαδόν του τετραγώνου εγγεγραμμένου σε ολόκληρο τον κύκλο ακτίνας R είναι:

Α. $\frac{1}{2}$ Β. $\frac{2}{3}$ Γ. $\frac{2}{5}$ Δ. $\frac{3}{4}$ Ε. $\frac{3}{5}$

25. Το γινόμενο $15^8\cdot 28^6\cdot 55^{11}$ είναι ακέραιος αριθμός, του οποίου τα τελευταία ψηφία είναι μηδενικά. Το πλήθος αυτών των μηδενικών είναι:

Α. 6 Β. 8 Γ. 11 Δ. 12 Ε. 19

26. Στο σχήμα φαίνεται ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ=6cm με κέντρο το Κ και ημικύκλιο κέντρου Β και ακτίνας 1cm.Αν η κοινή εφαπτομένη EF των δύο ημικυκλίων τέμνει την ευθεία ΑΒ στο σημείο Η, το εμβαδόν του τριγώνου ΚΕΗ είναι:



Α. 9cm^2 Β. $5\sqrt{5}\ \text{cm}^2$ Γ. $\frac{9\sqrt{5}}{4}\text{cm}^2$ Δ. 10cm^2 Ε. 12cm^2

27. Η ισχυρή υπόθεση του Goldbach ισχυρίζεται ότι «κάθε ακέραιος μεγαλύτερος του 7 μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα δυο διαφορετικών πρώτων αριθμών».Για τέτοιες αναπαραστάσεις του αριθμού 126 η μεγαλύτερη δυνατή διαφορά μεταξύ των δύο πρώτων αριθμών είναι:

Α. 112 Β. 100 Γ. 92 Δ. 88 Ε. 80

28. Δίδονται δύο παράλληλες ευθείες στο επίπεδο με εξισώσεις $4x-3y-7=0$ και $8x-6y+11=0$. Τότε το εμβαδό κάθε τετραγώνου που έχει τις δύο απέναντι πλευρές του τη μια πάνω στην πρώτη ευθεία και την άλλη πάνω στη δεύτερη ευθεία είναι: (σε τετραγωνικές μονάδες)

Α. 6,25 Β. 5,76 Γ. 16 Δ. 7,29 Ε. 9

29. Αν r είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του καθενός από τους αριθμούς 1059, 1417, 2312 δια του αριθμού d, τότε η διαφορά d-r είναι:

Α. 1 Β. 15 Γ. 179 Δ. d-15 Ε. d-1

30. Αν $f(x)=\frac{2x-2}{x-1}$ και $f^2(x)=f(f(x))$, $f^3(x)=f(f^2(x)),\ldots, f^n(x)=f(f^{n-1}(x))$, όπου n ακέραιος με $n>1$, για ποιες τιμές του n ισχύει η σχέση $f^n(x)=f(x)$ για κάθε τιμή του x

Α. για όλες τις τιμές του n Β. για τις άρτιες τιμές του n Γ. για τις περιττές τιμές του n. Δ. Για καμιά τιμή του n. Ε. $\left\{n: n=3k, \text{όπου } k \text{ είναι θετικός ακέραιος}\right\}$

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Ε	Δ	Α	Β	Γ	Γ	Α	Γ	Α	Ε	Δ	Δ	Δ	Γ	Ε	Α	Γ	Ε	Ε	Α	Ε	Α	Β	Γ	Δ	Γ	Β	Α	Β	Α

1. For all nonzero real numbers we define $x * y = \frac{y^2}{x}$. Then $\alpha *\left(b * c\right)$ equals

A. $\frac{\alpha^2 b}{c^2}$ B. $\frac{\alpha^2 c}{b^2}$ Γ. $\frac{b^2c^2}{\alpha}$ Δ. $\frac{c^4\alpha}{b^2}$ E. $\frac{c^4}{\alpha b^2}$

2. The population of a town increased by 1200 citizens during one year. Later on is decreased by 11%. The town now has 32 citizens less than the original number. The original population was

A.1200 B. 11200 Γ. 9968 Δ. 10000 E. None of these

3. The surface area of a cube equals to $\frac{1}{2}$ the surface area of a second cube.

The ratio of the volume of the first cube to the volume of the second one is

A. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Γ. $\frac{1}{4}$ Δ. $\frac{1}{8}$ E. $2\sqrt{2}$

4. Given the function $f(x) = x^2 - 5$ with domain $A = \left[-3,3\right]$, the range of f is

A. $0 \le f(x) \le 9$ B. $-5 \le f(x) \le 4$ Γ. $-5 \le f(x) \le 9$ Δ. $5 \le f(x) \le 9$ E. $0 \le f(x) \le 4$

5. The area of the region enclosed by the lines $x = 4$, $y = 3$ and $4x + 5y - 11 = 0$ is

A. $6cm^2$ B. $20cm^2$ Γ. $10cm^2$ Δ. $12cm^2$ E. None of these

6. The 100^{th} term of the sequence 4, 12, 24, 40, 60, 84,... is

A. 22200 B. 10100 Γ. 20200 Δ. 22100 E. 10000

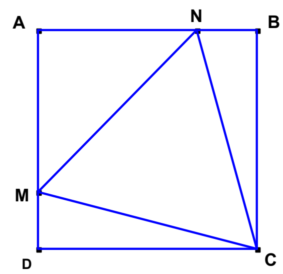
7. The smallest prime number that divides the number $3^{11} + 5^{11}$ is

A. 2 B. 3 Γ. 5 Δ. 11 E. None of these

8. The point (3,2) lies on the graph of $y = f(x)$. Which of the following is the corresponding point that lies on the graph of the function $g(x) = 2 \cdot f\left[2 \cdot \left(\frac{x+4}{5}\right)\right] + 6$

A. (-2,-3) B. $\left(10, -\frac{7}{2}\right)$ Γ. $\left(\frac{7}{2}, 10\right)$ Δ. (6,-2) E.(-1,2)

9. In the figure, the equilateral triangle CMN is inscribed in the square ABCD. If the area of the square is 1, then the area of the triangle equals to



A. $2\sqrt{3} - 3$ B. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ Γ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ Δ. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E. $4 - 2\sqrt{3}$

10. The number of triangles with area 1 and with vertices any three points from (0,0), (1,0), (1,3), (4,3) is

A. 4 B. 3 Γ. 2 Δ. 1 E. 0

11. Given the function f such that $f(x) = \dfrac{10}{\sqrt{x+2} - 2}$, the domain of f is

A. $(-\infty, 2]$ B. $[0, 2]$ Γ. $R - \{2\}$ Δ. $[-2, 2) \cup (2, +\infty)$ E. $(-2, 2)$

12. If $x + y = a$, $y + z = b$ and $x + z = c$, the arithmetic mean of x, y, z is

A. $\frac{a+b+c}{2}$ B. $\frac{a+b+c}{3}$ Γ. $\frac{a+b+c}{4}$ Δ. $\frac{a+b+c}{6}$ E. Impossible to find

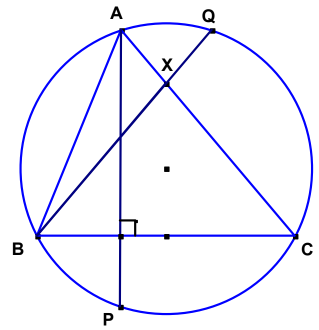
13. p, q and r are positive integers, $p < q$, $r > q$. If $0 < \frac{p}{q} < 1$ then $\frac{p}{q}$ is a proper fraction.

Which one of the following is a proper fraction?

A. $\frac{r}{q}$ B. $\frac{q}{p}$ Γ. $\frac{r}{p}$ Δ. $\frac{p}{r}$ E. None of these

14. In the figure the triangle ABC is inscribed in the circle with radius 4, $AP \perp BC$ and the point X lies on AC such that $BX = CX$.

If BX meets the circle at Q, the length of PQ is



A. 7 B. 6 Γ. 8 Δ. 10 E. $5\sqrt{2}$

15. If $f(\alpha,\beta)=\begin{cases} \alpha & \mu\varepsilon\ \alpha=\beta \\ f(\alpha-\beta,\beta) & \mu\varepsilon\ \alpha>\beta \\ f(\beta-\alpha,\alpha) & \mu\varepsilon\ \alpha<\beta \end{cases}$, the value of $f(28,17)$ is

A. 8 B. 0 Γ. 11 Δ. 5 E. 1

16. If $a<b$, which of the following is false for all a and b ?

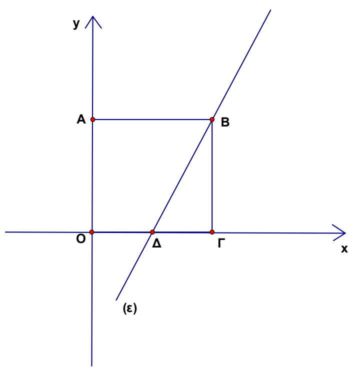
A. $-a<|b|$ B. $-a>-b$ Γ. $-b^2<a^2$ Δ. $a^2<b^2$ E. $0<-(a-b)$

17. Two random points A, B lay on a circle of radius R. The probability the length of the chord AB to be at least R is

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{5}{6}$ E. None of these

18. ΑΒΓΟ is a square of side 1 and Δ is the midpoint of ΟΓ.

The equation of the line (ε) is



A. $x+y=1$ B. $x+y=\frac{1}{2}$ Γ. $y=2x$ Δ. $2x+y=1$ E. $y=2x-1$

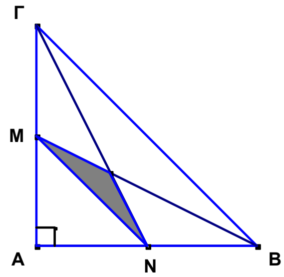
19. If $x^2+3x+2<0$ and $f(x)=x^2-3x+2$, then

A. $0<f(x)<6$ B. $f(x)\geq\frac{3}{2}$ Γ. $f(x)>12$ Δ. $f(x)>0$ E. $6<f(x)<12$

20. Using the musical instruments guitar, bouzouki and violent we form orchestras of 4 people, so that each orchestra has at least two different instruments .The number of such orchestras is

A. 12 B. 15 Γ. 11 Δ. 14 E. 13

21. Given the right and isosceles triangle ABC with AB=AC=x
If M and N are midpoints of the sides AC and AB respectively, then the area of shaded triangle is



A. $\frac{x^2}{6}$ B. $\frac{x^2\sqrt{2}}{6}$ Γ. $\frac{x^2}{12}$ Δ. $\frac{x^2\sqrt{2}}{24}$ E. $\frac{x^2}{24}$

22. If $f(x)=3x^2+4x+5$, the value of $k\in R$ such that the graph of $f(x-k)$ be symmetrical to y-axes is

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ Γ. 0 Δ. -4 E. $-\frac{4}{3}$

23. The number $N=3^{2007}-2\cdot 2007-1$ is divided by

A. 3 B. 4 Γ. 5 Δ.6 E. None of these

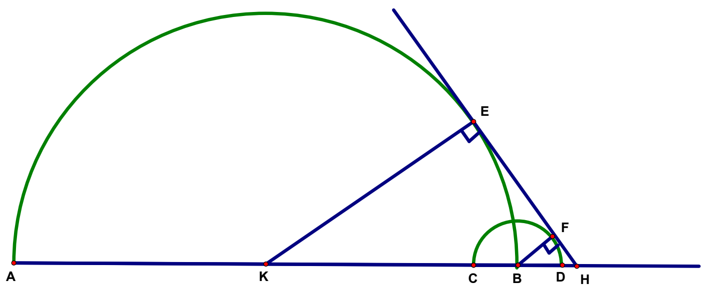
24. The ratio of the area of the square is inscribed in a semicircle of radius R to the area of a square inscribed in the circle of radius R is

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ Γ. $\frac{2}{5}$ Δ. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{3}{5}$

25. The product of $15^8\cdot 28^6\cdot 55^{11}$ is an integer number whose last digits are zeros.
How many are these zeros?

A. 6 B. 8 Γ. 11 Δ. 12 E. 19

26. The figure shows a semicircle with diameter AB=6cm centre K, and a smaller semicircle with centre B and radius 1cm.If the common tangent EF of the two semicircles intersect the line AB at the point H, the area of the triangle KEH is



A. $9cm^2$ B. $5\sqrt{5}\ cm^2$ Γ. $\frac{9\sqrt{5}}{4}cm^2$ Δ. $10cm^2$ E. $12cm^2$

27. The fundamental principal of Goldbach states that «every integer greater than 7 can be written as the sum of two distinct prime numbers». For the integer number 126, written as the sum of two prime numbers, the greatest difference between these two prime numbers is

A. 112 B. 100 Γ. 92 Δ. 88 E. 80

28. Two parallel lines with equations $4x-3y-7=0$ and $8x-6y+11=0$ are given. The area of any square which has its two opposite sides, each on each of the two parallel lines is (in square units)

A. 6,25 B. 5,76 Γ. 16 Δ. 7,29 E. 9

29. If r is the remainder of the division when each of the following numbers 1059, 1417, 2312 is divided by d, then the difference d-r is

A. 1 B. 15 Γ. 179 Δ. d-15 E. d-1

30. If $f(x)=\frac{2x-2}{x-1}$ and $f^2(x)=f(f(x))$, $f^3(x)=f(f^2(x))$,..., $f^n(x)=f(f^{n-1}(x))$, where n is a integer number with $n>1$, for what values of n the relationship $f^n(x)=f(x)$ is true for every value of x ?

A. for all values of n B. for all even values of n Γ. for all odd values of n. Δ. For no value of n. E. $\left\{ n : n=3k, \textit{where } k \textit{ is a positive integer} \right\}$

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Ε	Δ	Α	Β	Γ	Γ	Α	Γ	Α	Ε	Δ	Δ	Δ	Γ	Ε	Α	Γ	Ε	Ε	Α	Ε	Α	Β	Γ	Δ	Γ	Β	Α	Β	Α