

1. Ορίζουμε την πράξη * με τον κανόνα $\alpha * \beta = \frac{1}{\alpha\beta}$ για όλους τους μη μηδενικούς πραγματικούς αριθμούς α, β . Η παράσταση $\alpha * (\beta * \gamma)$ ισούται με

- A. $\frac{1}{\alpha\beta\gamma}$ B. $\frac{\alpha}{\beta\gamma}$ Γ. $\frac{\beta\gamma}{\alpha}$ Δ. $\frac{\alpha\beta}{\gamma}$ E. $\alpha\beta\gamma$

2. Αν από το 1 αφαιρέσουμε τον αντίστροφο του $(1-x)$ και προκύπτει ο αντίστροφος του $(1-x)$, τότε η τιμή του αριθμού x είναι

- A. -2 B. -1 Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. 2 E. 3

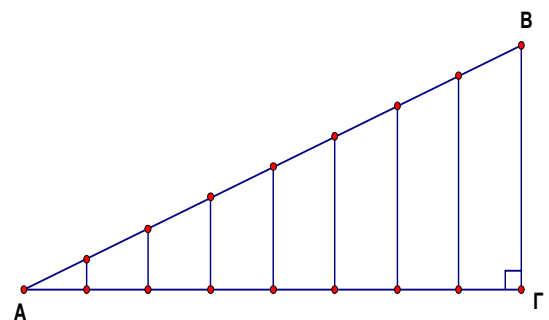
3. Η διαφορά μεταξύ του μεγαλύτερου εξαψήφιου αριθμού με διαφορετικά ψηφία και του μικρότερου εξαψήφιου αριθμού επίσης με διαφορετικά ψηφία, είναι

- A. 888888 B. 864198 Γ. 975309 Δ. 885309 E. Κανένα από τα προηγούμενα

4. Αν $\alpha = 2^x$, $\beta = 2^y$ και $\alpha^y \beta^x = 2^{2(x+y)}$, τότε η τιμή του $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ είναι

- A. 2 B. $\frac{1}{4}$ Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. 1 E. $\sqrt{2}$

5. Η πλευρά ΑΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ διαιρείται σε 8 ίσα τμήματα. Φέρουμε 7 παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα προς τη ΒΓ από τα σημεία διαίρεσης, τα οποία καταλήγουν στην υποτείνουσα ΑΒ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν ΒΓ=10, τότε το άθροισμα των μηκών των 7 παραλλήλων είναι



- A. 33 B. 34 Γ. 35 Δ. 40 E. 45

6. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$ ισχύουν $\alpha^2 = 2\beta + 15$ και $\beta^2 = 2\alpha + 15$, τότε η τιμή του γινομένου $\alpha\beta$ είναι

- A. -9 B. 30 Γ. 15 Δ. 7,5 E. -11

7. Στην ισότητα $3^{2009} - 3^{2008} - 3^{2007} + 3^{2006} = \kappa \cdot 3^{2006}$ η τιμή του κ είναι

- A. 12 B. 14 Γ. 16 Δ. 18 E. 20

8. Η συνάρτηση f έχει τις ιδιότητες:

(1) $f(0) = 2$ και (2) για κάθε πραγματικούς αριθμούς x και y , $f(x+y) = x + f(y)$.

Ποια είναι η τιμή του $f(2009)$;

- A. 0 B. 2 Γ. 2010 Δ. 2011 E. 2012

9. Τρεις αριθμοί έχουν γινόμενο 830 και είναι πρώτοι. Το άθροισμά τους είναι

- A. 50 B. 60 Γ. 70 Δ. 80 E. 90

10. Μια ομάδα προσκόπων ξεκινά πεζοπορία στις 11:00 πμ από το σημείο Α και πρέπει να φθάσει στο σημείο Τ, που απέχει από το Α 12km, ακριβώς στις 2:00 μμ.

Περπατώντας με ταχύτητα 3 km/h , φθάνει στο ενδιάμεσο σημείο Β στις 12:45μμ.

Για να φθάσει στο σημείο Τ την προκαθορισμένη ώρα, πρέπει να κινηθεί από το Β έως το Τ με ταχύτητα

- A. 5 km/h B. $5,2 \text{ km/h}$ Γ. $5,4 \text{ km/h}$ Δ. $5,5 \text{ km/h}$ E. 6 km/h

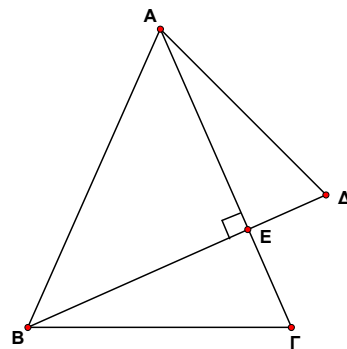
11. Ένας εξαψήφιος αριθμός της μορφής $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma$ (στο δεκαδικό σύστημα) δεν διαιρείται πάντα με το

- A. 7 B. 11 Γ. 13 Δ. 101 E. 1001

12. Έστω $f(x) = x^{x+1}(x+2)^{x+3}$. Το άθροισμα $f(0) + f(-1) + f(-2) + f(-3)$ ισούται με

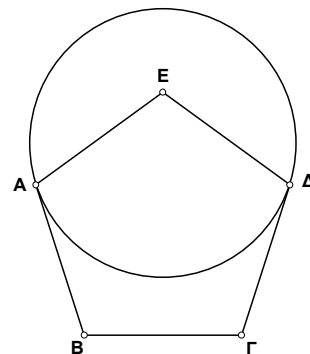
- A. $-\frac{8}{9}$ B. 0 Γ. $\frac{8}{9}$ Δ. 1 E. $\frac{10}{9}$

13. Στο σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και ABΔ είναι
 ισοσκελή με $AB = AG = BΔ$ και $BΔ \perp AG$.
 Το άθροισμα των γωνιών $\angle AGB + \angle AΔB$
 είναι ίσο με



- A. 115° B. 120° Γ. 130° Δ. 135° E. Κανένα από τα προηγούμενα

14. Δίνεται κανονικό πεντάγωνο ABΓΔE.
 Γράφουμε τον κύκλο, που εφάπτεται του ΔΓ στο Δ και
 του AB στο A.
 Πόσων μοιρών είναι το τόξο ΔA, που βρίσκεται μέσα στο
 πεντάγωνο;



- A. 108 B. 144 Γ. 150 Δ. 135 E. 105

15. Το πλήθος όλων των υποσυνόλων του συνόλου $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ είναι

- A. 7 B. 14 Γ. 49 Δ. 64 E. 128

16. Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου είναι 4, 15, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Το πλήθος των τιμών, που μπορεί να πάρει το κ είναι

- A. 5 B. 7 Γ. 11 Δ. 15 E. 19

17. Πόσοι πραγματικοί αριθμοί x καθιστούν την $\sqrt{-(x+1)^2}$ πραγματικό αριθμό;

- A. κανένας B. ένας Γ. δυο Δ. οκτώ E. άπειροι

18. Το πρώτο ψηφίο του μικρότερου φυσικού αριθμού με άθροισμα ψηφίων 2009 είναι

- A. 7 B. 6 Γ. 4 Δ. 3 E. 2

<p>19. Το άθροισμα των γωνιών, εκτός από μια, ενός κυρτού πολυγώνου είναι 2190°. Το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι</p> <p>A. 13 B. 15 Γ. 17 Δ. 19 E. 21</p>																																								
<p>20. Αν η ακτίνα ενός κύκλου αυξηθεί κατά 200%, τότε το εμβαδόν του κύκλου αυξάνεται κατά</p> <p>A. 200% B. 400% Γ. 600% Δ. 800% E. 900%</p>																																								
<p>21. Η τιμή της παράστασης $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2 + 101^2) - (1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 99 \cdot 101 + 100 \cdot 102)$ είναι</p> <p>A. 99 B. 100 Γ. 101 Δ. 102 E. 0</p>																																								
<p>22. Ο θετικός αριθμός x ικανοποιεί την ανισότητα $\sqrt{x} < 3x$, αν και μόνον αν</p> <p>A. $x > \frac{1}{9}$ B. $x > 3$ Γ. $x < \frac{1}{9}$ Δ. $x > 9$ E. $x < 3$</p>																																								
<p>23. Αν $x = \sqrt[3]{4} - 1$ και $y = \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3}$, ποιο από τα πιο κάτω ισχύει;</p> <p>A. $x = y$ B. $x < y$ Γ. $x = 2y$ Δ. $x > y$ E. Κανένα από τα προηγούμενα</p>																																								
<p>24. Παρακάτω φαίνεται η ακολουθία των τριγωνικών αριθμών.</p> <table style="margin-left: 40px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">1</td> <td style="padding: 0 10px;">,</td> <td style="padding: 0 10px;">3</td> <td style="padding: 0 10px;">,</td> <td style="padding: 0 10px;">6</td> <td style="padding: 0 10px;">,</td> <td style="padding: 0 10px;">10</td> <td style="padding: 0 10px;">,.....</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">*</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">*</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">*</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">*</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* *</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* *</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* *</td> <td style="padding: 0 10px;">.....</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* * *</td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* * *</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 10px;">* * * *</td> <td></td> </tr> </table> <p>Ο τύπος του νι-οστού όρου της ακολουθίας είναι</p> <p>A. $\nu(\nu+1)$ B. $\frac{\nu(\nu+1)}{2}$ Γ. $\nu(2\nu+1)$ Δ. $\frac{\nu(\nu+2)}{2}$ E. $\nu(\nu+2)$</p>	1	,	3	,	6	,	10	,.....	*		*		*		*				* *		* *		* *					* * *		* * *								* * * *	
1	,	3	,	6	,	10	,.....																																	
*		*		*		*																																		
		* *		* *		* *																																	
				* * *		* * *																																		
						* * * *																																		
<p>25. Η τιμή της παράστασης $K = 2\sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{2}} - \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)$ είναι</p> <p>A. $-\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ Γ. 1 Δ. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{\sqrt{2}}{2}$</p>																																								

26. Αν $f(x) = x - 2$ και $F(x, y) = y^2 + x$, τότε το $F(3, f(4))$ ισούται με

- A. $x^2 - 4x + 7$ B. 28 Γ. 7 Δ. 8 E. 11

27. Ένας διψήφιος ακέραιος είναι κ φορές το άθροισμα των ψηφίων του.

Ο αριθμός που σχηματίζεται αλλάζοντας τη θέση των ψηφίων του ισούται με το άθροισμα των ψηφίων του επί

- A. $9 - \kappa$ B. $10 - \kappa$ Γ. $11 - \kappa$ Δ. $\kappa - 1$ E. $\kappa + 1$

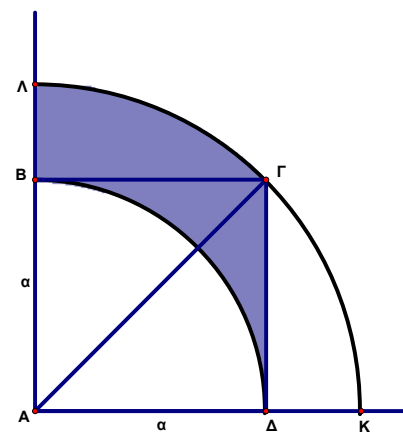
28. Η συμμετρική ευθεία της ευθείας $y = 5x + 8$, ως προς την ευθεία $y = x$ έχει εξίσωση

- A. $y = -5x + 8$ B. $y = \frac{1}{5}x + 8$ Γ. $y = \frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ Δ. $y = \frac{1}{5}x - \frac{8}{5}$ E. $y = 5x - 8$

29. Στο σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς α .

Γράφουμε τα δυο τεταρτοκύκλια με κέντρο το Α και ακτίνες ΑΒ, ΑΓ.

Το εμβαδόν του σκιασμένου μικτόγραμμου τετράπλευρου ΒΛΓΔΒ είναι



- A. $\frac{2\alpha^2}{3}$ B. $\frac{3\alpha^2}{4}$ Γ. $\frac{\alpha^2\sqrt{2}}{2}$ Δ. $\frac{\alpha^2}{2}$ E. $\frac{\alpha^2\sqrt{3}}{2}$

30. Ο Δημήτρης ξεκινά ένα ταξίδι όταν οι δείκτες του ρολογιού συμπίπτουν, μεταξύ των ωρών 8 πμ και 9πμ και φτάνει στον προορισμό του μεταξύ 2μμ και 3μμ, όταν οι δείκτες είναι εκ διαμέτρου αντίθετοι. Το ταξίδι διήρκεσε

- A. 6 ώρες B. 6 ώρ. και $43\frac{7}{11}$ λ. Γ. 5 ώρ. και $16\frac{4}{11}$ λ. Δ. 6,5 ώρες E. Κανένα από τα προηγούμενα

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Γ	Β	Δ	Δ	Γ	Ε	Γ	Δ	Ε	Γ	Δ	Ε	Δ	Β	Ε	Β	Β	Ε	Β	Δ	Γ	Α	Δ	Β	Δ	Γ	Γ	Δ	Δ	Α

1. We define the operation $*$ such that $\alpha * \beta = \frac{1}{\alpha\beta}$, for all nonzero real numbers α, β .

The expression $\alpha * (\beta * \gamma)$ equals

- A. $\frac{1}{\alpha\beta\gamma}$ B. $\frac{\alpha}{\beta\gamma}$ C. $\frac{\beta\gamma}{\alpha}$ D. $\frac{\alpha\beta}{\gamma}$ E. $\alpha\beta\gamma$

2. If we subtract the inverse number of $(1-x)$ from 1, then the result is the inverse number of $(1-x)$. The value of x is

- A. -2 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. 2 E. 3

3. The difference between the largest six digit number with different digits and the smallest six digit number with different digits is

- A. 888888 B. 864198 C. 975309 D. 885309 E. None of these

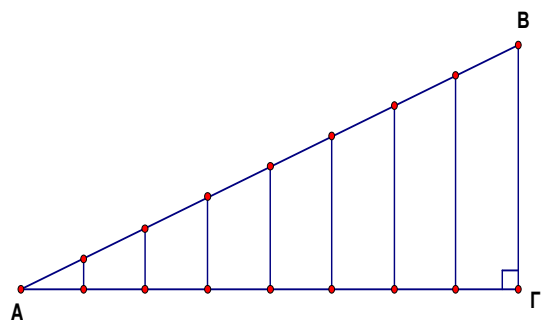
4. If $\alpha = 2^x$, $\beta = 2^y$ and $\alpha^y \beta^x = 2^{2(x+y)}$, then the value of $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ is

- A. 2 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1 E. $\sqrt{2}$

5. The side $A\Gamma$ of the right triangle $AB\Gamma$ is divided in 8 equal segments. We draw the 7 segments that are parallel to $B\Gamma$ from the divisional

points to the hypotenuse AB , as in the figure.

If $B\Gamma = 10$, then the sum of the lengths of the 7 parallel segments is



- A. 33 B. 34 C. 35 D. 40 E. 45

6. For the real numbers $\alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$ we know that $\alpha^2 = 2\beta + 15$ and $\beta^2 = 2\alpha + 15$.

The value of the product $\alpha\beta$ is

- A. -9 B. 30 C. 15 D. 7,5 E. -11

7. In the equality $3^{2009} - 3^{2008} - 3^{2007} + 3^{2006} = \kappa \cdot 3^{2006}$ the value of κ is

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18 E. 20

8. The function f has the properties:

(1) $f(0) = 2$ and (2) for every real numbers x and y , $f(x+y) = x + f(y)$.

What is the value of $f(2009)$?

- A. 0 B. 2 C. 2010 D. 2011 E. 2012

9. The product of three prime numbers is 830. Then their sum is

- A. 50 B. 60 C. 70 D. 80 E. 90

10. One scooters team starts walking at 11:00 a.m. from the point A and it must arrive to the point T,

that is 12km far away from the point A, at exactly 2:00 p.m.

Walking in a speed of 3km/h , the team arrives to at half the distance at point B at 12:45 p.m.

In order to arrive to the point T at the required time, the team must walk from B to T

With a speed of

- A. 5km/h B. $5,2\text{km/h}$ C. $5,4\text{km/h}$ D. $5,5\text{km/h}$ E. 6km/h

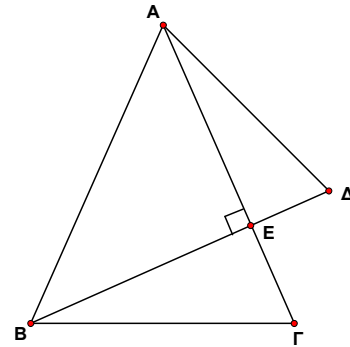
11. A six digit number in the form $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma$ (decimal system) is not always divisible by

- A. 7 B. 11 C. 13 D. 101 E. 1001

12. Let $f(x) = x^{x+1}(x+2)^{x+3}$. The sum $f(0) + f(-1) + f(-2) + f(-3)$ is equal to

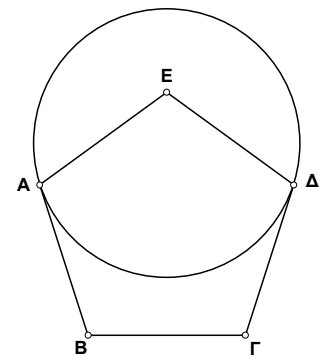
- A. $-\frac{8}{9}$ B. 0 C. $\frac{8}{9}$ D. 1 E. $\frac{10}{9}$

13. In the figure the triangles $AB\Gamma$ and $AB\Delta$ are both isosceles with $AB = A\Gamma = B\Delta$ and $B\Delta \perp A\Gamma$. The sum of the angles $\angle A\Gamma B + \angle A\Delta B$ is equal to



- A. 115° B. 120° C. 130° D. 135° E. None of these

14. $AB\Gamma\Delta E$ is a regular pentagon. We draw a circle that is tangent to $\Delta\Gamma$ at Δ and to AB at A . How many degrees is the measure of the arc ΔA , which lies inside the pentagon?



- A. 108 B. 144 C. 150 D. 135 E. 105

15. How many subsets does the set A has, where $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?

- A. 7 B. 14 C. 49 D. 64 E. 128

16. The lengths of the sides of a triangle are 4, 15, $\kappa \in \mathbb{Z}$. How many different values can κ have?

- A. 5 B. 7 C. 11 D. 15 E. 19

17. For how many real numbers x the expression $\sqrt{-(x+1)^2}$ is a real number?

- A. none B. one C. two D. eight E. infinite

18. The first digit of the smallest natural number with the sum of its digits 2009 is

- A. 7 B. 6 C. 4 D. 3 E. 2

<p>19. The sum of the angles, except one, of a convex polygon is 2190°. How many sides does the polygon have?</p> <p>A. 13 B. 15 C. 17 D. 19 E. 21</p>
<p>20. The radius of a circle increases by 200%. The area of the circle increases by</p> <p>A. 200% B. 400% C. 600% D. 800% E. 900%</p>
<p>21. The value of the expression $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2 + 101^2) - (1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 99 \cdot 101 + 100 \cdot 102)$ is</p> <p>A. 99 B. 100 C. 101 D. 102 E. 0</p>
<p>22. The positive number x satisfies the inequality $\sqrt{x} < 3x$, if and only if</p> <p>A. $x > \frac{1}{9}$ B. $x > 3$ C. $x < \frac{1}{9}$ D. $x > 9$ E. $x < 3$</p>
<p>23. If $x = \sqrt[3]{4} - 1$ and $y = \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3}$, which of the following is true?</p> <p>A. $x = y$ B. $x < y$ C. $x = 2y$ D. $x > y$ E. None of these</p>
<p>24. We can see below the sequence of the “triangular numbers”:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <p>1 , 3 , 6 , 10 ,.....</p> <p>* * * *</p> <p> * * * * * * </p> <p> * * * * * * * * * </p> <p> * * * * * * * * * * * * </p> </div> <p>The ν^{th} term of the sequence is</p> <p>A. $\nu(\nu+1)$ B. $\frac{\nu(\nu+1)}{2}$ C. $\nu(2\nu+1)$ D. $\frac{\nu(\nu+2)}{2}$ E. $\nu(\nu+2)$</p>
<p>25. The value of the expression $K = 2\sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{2}} - \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)$ is</p> <p>A. $-\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{\sqrt{2}}{2}$</p>

26. If $f(x) = x - 2$ and $F(x, y) = y^2 + x$, then $F(3, f(4))$ equals

- A. $x^2 - 4x + 7$ B. 28 C. 7 D. 8 E. 11

27. A two digit integer equals κ times the sum of its digits.

If we interchange the place of its digits, the new number equals the sum its digits multiplied by

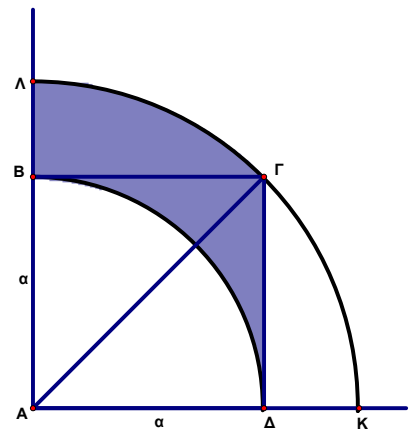
- A. $9 - \kappa$ B. $10 - \kappa$ C. $11 - \kappa$ D. $\kappa - 1$ E. $\kappa + 1$

28. The symmetrical line of the line $y = 5x + 8$, with respect to $y = x$ is

- A. $y = -5x + 8$ B. $y = \frac{1}{5}x + 8$ C. $y = \frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{8}{5}$ E. $y = 5x - 8$

29. The figure $AB\Gamma\Delta$ is a square of side α .
We draw two quadrants of centre A and radii $AB, A\Gamma$.

The area of the shaded region $B\Lambda\Gamma\Delta B$ is



- A. $\frac{2\alpha^2}{3}$ B. $\frac{3\alpha^2}{4}$ C. $\frac{\alpha^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\alpha^2}{2}$ E. $\frac{\alpha^2\sqrt{3}}{2}$

30. Demetris begins a trip when the hands of the clock coincide between the times 8 a.m. and 9 a.m. and he arrives to his destination between 2 p.m. and 3 p.m., when the hands are diagonally opposite. What was the time length of the trip?

- A. 6 hours B. $6\text{h } 43\frac{7}{11}\text{min}$ C. $5\text{h } 16\frac{4}{11}\text{min}$ D. 6,5 hours E. None of these

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Γ	Β	Δ	Δ	Γ	Ε	Γ	Δ	Ε	Γ	Δ	Ε	Δ	Β	Ε	Β	Β	Ε	Β	Δ	Γ	Α	Δ	Β	Δ	Γ	Γ	Δ	Δ	Α

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Οδηγίες προς τους Διαγωνιζόμενους

ΧΡΟΝΟΣ : 60 Λεπτά

Μα συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση. Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στο αντίστοιχο κυκλάκι.

Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.

Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερα από ένα κυκλάκια θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε σημάδι ή σβήσιμο καθιστά την απάντηση λανθασμένη.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το χώρο δίπλα από τις ασκήσεις για βοηθητικές πράξεις.

Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις είναι τελικές.