



**ΣΑΒΒΑΤΟ, 12 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2013**

**Α΄ Γυμνασίου**

- Δίνονται οι αριθμοί  $A = (3^2 + 2^4) : 5^2 + 2 \cdot 3^2$  και  $B = (3^2 - 2^3)^{2013} \cdot 5^2 - (2^2 + 1)$ 
  - Να υπολογίσετε κάθε έναν από τους αριθμούς A και B.
  - Να συγκρίνετε τα κλάσματα  $\frac{A}{B}$ ,  $\frac{A+1}{B+1}$ .
- Ένα τετράγωνο έχει περίμετρο 24 εκ.
  - Να βρείτε το εμβαδόν του.
  - Να βρείτε την περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει πλάτος 4εκ. και ίδιο εμβαδόν με το τετράγωνο.
  - Να βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει διπλάσιο μήκος από πλάτος και ίδια περίμετρο με το τετράγωνο.
- Από τους μαθητές ενός σχολείου, οι 180 μαθητές έχουν επιλέξει ως ξένη γλώσσα τα γαλλικά ενώ οι υπόλοιποι μαθητές που αποτελούν τα  $\frac{2}{5}$  του συνόλου των μαθητών του σχολείου, έχουν επιλέξει αγγλικά.
  - Να βρείτε το σύνολο των μαθητών του σχολείου.
  - Την επόμενη χρονιά οι μαθητές που επέλεξαν γαλλικά, αυξήθηκαν κατά 10% ενώ όλοι οι υπόλοιποι επέλεξαν αγγλικά. Αν ο συνολικός αριθμός των μαθητών του σχολείου παρέμεινε ο ίδιος, σε τι ποσοστό επί τοις % μειώθηκε ο αριθμός των μαθητών που επέλεξαν αγγλικά;
- Μία σκάλα έχει 5 σκαλοπάτια. Ανεβαίνουμε και κατεβαίνουμε τη σκάλα πατώντας μία φορά σε κάθε σκαλοπάτι (χωρίς να πατάμε στο έδαφος), μετρώντας 1 για το 1<sup>ο</sup> σκαλοπάτι, 2 για το 2<sup>ο</sup>, κ.λ.π. μέχρι το 5 για το 5<sup>ο</sup>. Στο έκτο βήμα, αρχίζουμε και κατεβαίνουμε μετρώντας 6 για το 4<sup>ο</sup> σκαλοπάτι, 7 για το 3<sup>ο</sup>, κ.λ.π.  
Όταν μετρήσουμε μέχρι το 1000 σε ποιο σκαλοπάτι θα βρισκόμαστε;

*Να δικαιολογείτε την απάντησή σας σε κάθε πρόβλημα.  
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

## ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΗΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

(α) Έχουμε,

$$\begin{aligned} A &= (3^2 + 2^4) : 5^2 + 2 \cdot 3^2 = \\ &= (9 + 16) : 25 + 2 \cdot 9 = \\ &= 25 : 25 + 2 \cdot 9 = \\ &= 1 + 18 = \\ &= 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3^2 - 2^3)^{2013} \cdot 5^2 - (2^2 + 1) = \\ &= (9 - 8)^{2013} \cdot 25 - (4 + 1) = \\ &= 1^{2013} \cdot 25 - 5 = \\ &= 1 \cdot 25 - 5 = \\ &= 25 - 5 = \\ &= 20 \end{aligned}$$

(β) Οπότε,

$$\frac{A}{B} = \frac{19}{20} = \frac{19 \cdot 21}{20 \cdot 21} = \frac{399}{420}$$

$$\frac{A+1}{B+1} = \frac{19+1}{20+1} = \frac{20 \cdot 20}{21 \cdot 20} = \frac{400}{420}$$

άρα

$$\frac{A}{B} < \frac{A+1}{B+1}$$

**Δεύτερη σκέψη:**

$\frac{A}{B} = \frac{19}{20} = 1 - \frac{1}{20}$  και  $\frac{A+1}{B+1} = \frac{19+1}{20+1} = \frac{20}{21} = 1 - \frac{1}{21}$  άρα  $\frac{A}{B} < \frac{A+1}{B+1}$  γιατί  $\frac{1}{20} > \frac{1}{21}$ , δηλαδή το

κλάσμα  $\frac{A}{B}$  απέχει περισσότερο από τη μονάδα, σε σχέση με το  $\frac{A+1}{B+1}$ , ενώ και τα δύο είναι μικρότερα της μονάδας.

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

(α) Αφού το τετράγωνο έχει περίμετρο 24 εκ. η πλευρά του θα είναι  $24:4=6$  εκ. οπότε το εμβαδόν του θα είναι  $6^2=36$  **τετραγωνικά εκατοστά**.

(β) Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που ζητάμε έχει εμβαδόν 36 τετραγωνικά εκατοστά και πλάτος 4 εκ. οπότε το μήκος του θα είναι  $36:4=9$  **εκ**.

(γ) Η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που ζητάμε είναι 24 εκ. οπότε το μήκος και το πλάτος του θα έχουν άθροισμα  $24:2=12$  εκ. Όμως το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος πράγμα που σημαίνει ότι το πλάτος του θα είναι  $12:3=4$  εκ. και μήκος 8 εκ.

Άρα το εμβαδόν του είναι  $4 \cdot 8=32$  τετραγωνικά εκατοστά.

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

(α) Τα  $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$  των μαθητών του σχολείου είναι 180 που έχουν επιλέξει γαλλικά.

Οπότε το  $\frac{1}{5}$  των μαθητών του σχολείου είναι  $180:3=60$ .

Άρα τα  $\frac{5}{5}$  των μαθητών του σχολείου (δηλαδή όλοι οι μαθητές) είναι  $60 \cdot 5=300$ .

---

Επιμέλεια λύσεων:

Μάριος Κιοστεράκης – Ανδρέας Βαρβεράκης

**Παρατήρηση:**

Επομένως,  $300-180=120$  είναι οι μαθητές που επέλεξαν τα αγγλικά.

(β) Την επόμενη χρονιά οι μαθητές που επέλεξαν γαλλικά αυξήθηκε κατά 10% οπότε θα είναι:  
 $180+180 \cdot 10/100=180+18=198$ .

Έτσι οι μαθητές που την επόμενη χρονιά επέλεξαν αγγλικά είναι:  $300-198=102$ .

Άρα το ποσοστό μείωσης των μαθητών στα αγγλικά είναι:

$$\frac{120-102}{120} \cdot 100\% = \frac{18}{120} \cdot 100\% = \frac{1800}{120}\% = 15\%$$

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4**

- Παρατηρούμε ότι όταν φτάνουμε στον αριθμό 8 θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για πρώτη φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.
- Επίσης, όταν φτάνουμε στον αριθμό  $2 \cdot 8=16$  θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για δεύτερη φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.
- Οπότε, επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία, όταν φτάνουμε στον αριθμό  $125 \cdot 8=1000$  θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για  $125^{\text{η}}$  φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.

Άρα όταν μετρήσουμε το 1000 θα βρισκόμαστε στο  $2^{\circ}$  σκαλοπάτι.

**Δεύτερη σκέψη:**

1,2,3,4,5,4,3,2,1 είναι τα πρώτα 9 βήματα και μετά ξαναανβαίνουμε.

Το πρώτο σκαλοπάτι, το ξαναπατάμε στο βήμα με αριθμό 9 και μετά το ίδιο συμβαίνει κάθε 8 βήματα, δηλαδή 1,9,17,25 κλπ. (οι αριθμοί αυτοί λέμε ότι αποτελούν αριθμητική πρόοδο και είναι της μορφής  $8k+1$ , όπως θα δούμε σε επόμενες τάξεις).

Καθώς το 1000 είναι πολλαπλάσιο του 8, στο  $1000+1=1001$  βήμα ξανακατεβαίνουμε στο  $1^{\circ}$  σκαλοπάτι.

Επομένως στο αμέσως προηγούμενο (1000) βρισκόμαστε στο  $2^{\circ}$  σκαλοπάτι.