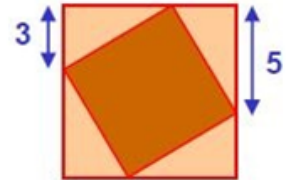


Απαντήσεις Εβδομαδιαίου φύλλου ασκήσεων 1

Ερώτηση 1

Ένα μικρό τετράγωνο είναι εγγεγραμμένο σε ένα μεγαλύτερο, όπως δείχνει η εικόνα. Πόσο είναι το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου;

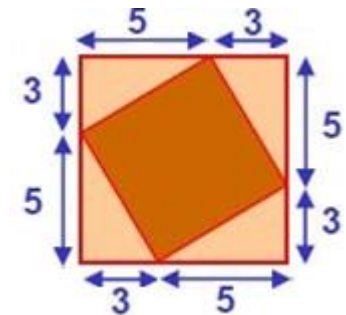


- A) 16 B) 28 Γ) 34 Δ) 36 Ε) 49

Λύση

α' τρόπος: Το εμβαδόν καθενός από τα τρίγωνα του σχήματος είναι:

$$E_{\text{τριγ.}} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2}$$



Η κάθε πλευρά του τετραγώνου είναι $5 + 3 = 8$ οπότε το εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου είναι:

$$E_{\text{μεγάλου τετρ.}} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ τετραγωνικές μονάδες.}$$

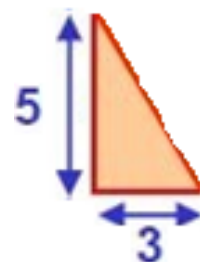
Συνεπώς το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου είναι:

$$\begin{aligned} E_{\text{μικρού τετρ.}} &= E_{\text{μεγάλου τετρ.}} - 4 \cdot E_{\text{τριγώνου}} \\ &= 64 - 4 \cdot \frac{15}{2} = 64 - 30 = 34 \text{ τετρ. μονάδες} \end{aligned}$$

β' τρόπος: Έστω a η υποτεινούσα του ορθογωνίου τριγώνου που υπάρχει στο σχήμα μας.

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$a^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$



Όμως η υποτείνουσα a είναι και η πλευρά του μικρού τετραγώνου. Συνεπώς, το μικρό τετράγωνο έχει εμβαδόν:

$$E_{\text{μικρού τετρ.}} = a^2 = 34 \text{ τετρ. μονάδες}$$

Σωστό το Γ

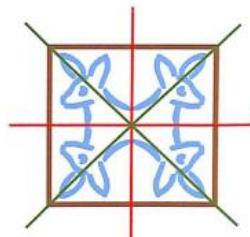
Ερώτηση 2

Πόσους άξονες συμμετρίας (στο επίπεδο) έχει η διπλανή ζωγραφιά;

- A) κανένα B) 1 Γ) 2 Δ) 4 E) περισσότερους από 4



Λύση

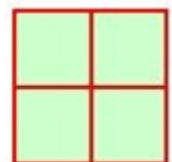


Έχουμε 4 άξονες συμμετρίας, 2 που σημειώνονται με πράσινο και 2 με κόκκινο. Όμως η εικόνα δεν είναι συμμετρική ως προς τους πράσινους άξονες, οπότε τελικά έχουμε 2 άξονες συμμετρίας.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 3

Οι αριθμοί 2, 3, 4 και ένας ακόμη αριθμός γράφονται στα κουτάκια του 2×2 σχήματος (ένας αριθμός σε κάθε κουτάκι). Είναι γνωστό ότι το άθροισμα των αριθμών στην πρώτη στήλη είναι 9 και ότι το άθροισμα των αριθμών στην δεύτερη στήλη είναι 6. Ποιος είναι ο άγνωστος αριθμός;



- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 E) 4

Λύση

- Τοποθετούμε αρχικά τον αριθμό 2:

	2

- Έπειτα στο πάνω τετραγωνάκι τοποθετούμε τον αριθμό 4 καθώς θέλουμε το άθροισμα των αριθμών στη δεύτερη στήλη να είναι 6.

	4
	2

- Τοποθετούμε τον αριθμό 3, που απομένει σε οποιοδήποτε από τα δύο τετράγωνα που απομένουν

3	4
	2

- Συνεπώς καταλαβαίνουμε ότι ο αριθμός που λείπει είναι ο 6, αφού το άθροισμα των αριθμών στη πρώτη στήλη πρέπει να είναι 9.

3	4
6	2

Σωστό το Β

Ερώτηση 4

Ο Αχιλλέας και ο Λαγός έτρεξαν έναν μαραθώνιο δρόμο. Ο Αχιλλέας ήρθε 21^{ος}. Ο Λαγός ήρθε 31^{ος} μετρώντας από το τέλος. Ο Αχιλλέας ξεπέρασε διπλάσιο αριθμό δρομέων από τον αριθμό των δρομέων που ξεπέρασαν τον Λαγό. Πόσοι ήταν όλοι μαζί οι δρομείς στο μαραθώνιο αυτό;



- A) 31 B) 41 Γ) 51 Δ) 61 E) 81

Λύση

Συμβολίζουμε με x όλους τους δρομείς.

- Αφού ο Αχιλλέας ήρθε 21^{ος} αυτοί που ξεπεράστηκαν από τον Αχιλλέα ήταν $x - 21$
- Αφού ο Λαγός ήρθε 31^{ος} από το τέλος, αυτοί που ξεπέρασαν τον Λαγό ήταν $x - 31$.

Άρα σύμφωνα με το πρόβλημα έχουμε $x - 21 = 2(x - 31)$.

- Λύνουμε την παραπάνω εξίσωση

$$x - 21 = 2(x - 31) \Rightarrow$$

$$x - 21 = 2x - 62 \Rightarrow$$

$$62 - 21 = 2x - x \Rightarrow$$

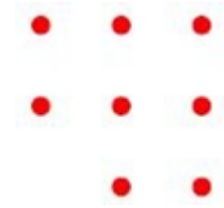
$$x = 41$$

Αυτό σημαίνει ότι οι δρομείς ήταν 41.

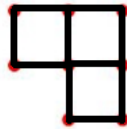
Σωστό το B

Ερώτηση 5

Πόσα τετράγωνα μπορούν να σχεδιαστούν με κορυφές στις κουκίδες του σχήματος;



- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 Ε) 6

Λύση

Σωστό το Β

Ερώτηση 6

Ο Γάλλος συγγραφέας ενός επιτυχημένου βιβλίου διασκεδαστικών Μαθηματικών, Jacques Ozanam, γεννήθηκε μετά το 1600 και πριν το 1700. Το έτος x^2 ήταν x ετών. Πότε γεννήθηκε;

- A) 1601 B) 1640 Γ) 1641 Δ) 1681
E) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε

Λύση

Αφού η μεταβλητή x παριστάνει ηλικία σε έτη, θα πρέπει να είναι φυσικός αριθμός. Θα πρέπει να πάρουμε τις περιπτώσεις:

$$x^2 = 1601$$

$$x^2 = 1640$$

$$x^2 = 1641$$

$$x^2 = 1681$$

Θα επιλέξουμε την περίπτωση όπου λύνοντας την εξίσωση, το x θα είναι φυσικός αριθμός. Παρατηρούμε ότι μόνο η εξίσωση:

$$x^2 = 1681$$

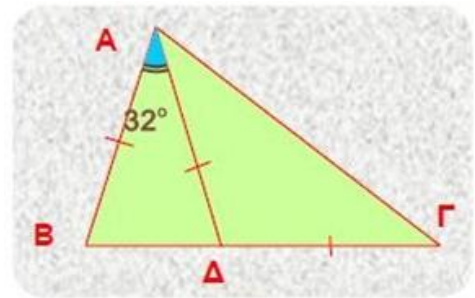
δίνει λύση τον αριθμό $x = \sqrt{1681} = 41$ (δηλαδή μόνο το 41 αν υψωθεί στο τετράγωνο θα δώσει αριθμό ανάμεσα σε 1600 και 1700).

Σωστό το Δ

Ερώτηση 7

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος, η γωνία BAD ισούται με 32° . Επίσης είναι $AB=AD=\Gamma D$. Πόσες μοίρες είναι η γωνία BAG ;

- A) 32° B) 37° Γ) 64° Δ) 69°
 E) 74°



Λύση

- Το τρίγωνο BAD είναι ισοσκελές, οπότε $\widehat{B} = \widehat{BDA}$. Έχουμε ότι $\widehat{A} = 32^\circ$, οπότε για να ισχύει $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{BDA} = 180^\circ$ θα πρέπει $\widehat{B} = \widehat{BDA} = 74^\circ$.

Συνεπώς αφού η \widehat{D} είναι ευθεία γωνία (180 μοίρες δηλαδή), θα πρέπει

$$\widehat{BDA} + \widehat{ADG} = \widehat{D} = 180^\circ$$

Άρα

$$\widehat{ADG} = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

- Το τρίγωνο $AD\Gamma$ είναι ισοσκελές, οπότε $\widehat{DAG} = \widehat{\Gamma}$. Έχουμε ότι $\widehat{ADG} = 106^\circ$, οπότε για να ισχύει $\widehat{ADG} + \widehat{DAG} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ$ θα πρέπει $\widehat{\Gamma} = \widehat{DAG} = 37^\circ$.

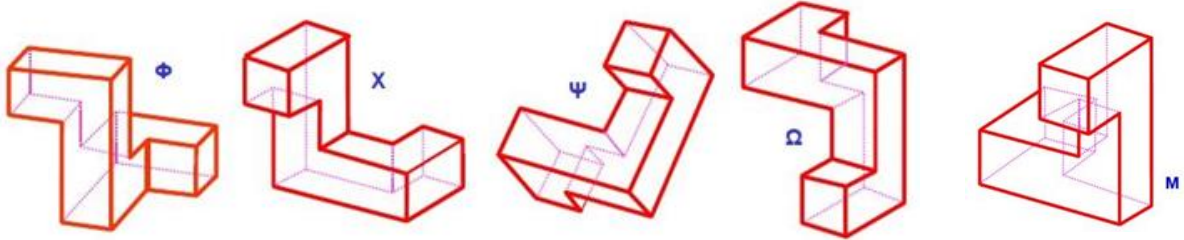
Συνεπώς η γωνία \widehat{BAG} είναι:

$$\widehat{BAG} = \widehat{BAD} + \widehat{DAG} = 32^\circ + 37^\circ = 69^\circ$$

Σωστό το Δ

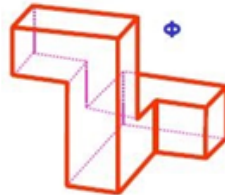
Ερώτηση 8

Ποια από τα ακόλουθα 4 αντικείμενα (τα Φ, Χ, Ψ και Ω) είναι τα ίδια με το εικονιζόμενο παρακάτω (το Μ), αν περιστραφεί κατάλληλα στον χώρο;

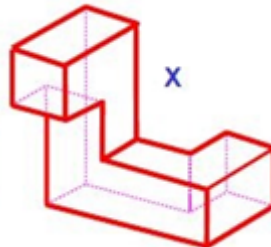


- A) Φ και Ψ B) Χ και Ω Γ) μόνο το Υ Δ) κανένα από αυτά
E) Φ, Χ και Ψ

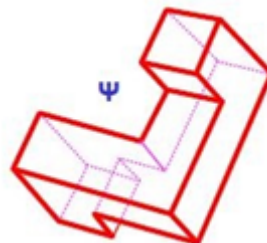
Λύση



(είναι ίδιο αν το στρέψουμε δεξιά)



(είναι ίδιο αν το στρέψουμε δεξιά ώστε να γυρίσει)



(είναι ίδιο αν το γυρίσουμε μπροστά)

Σωστό το Ε

Ερώτηση 9

Ο Διόφαντος θέλει να βάλει από έναν αριθμό στα τρία άδεια κουτάκια του διπλανού σχήματος. Θέλει το άθροισμα των τριών πρώτων αριθμών του σχήματος να είναι 10, το άθροισμα των τριών μεσαίων να είναι 20 και το άθροισμα των τριών τελευταίων να είναι 30. Ποιον αριθμό πρέπει να βάλει στο μεσαίο κουτάκι;

1				13
---	--	--	--	----

- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 E) 10

Λύση

- Δοκιμάζουμε να βάλουμε στο μεσαίο κουτάκι τον αριθμό 5.

1		5		13
---	--	---	--	----

Τότε ο αριθμός στο δεύτερο κουτάκι του σχήματος θα πρέπει να είναι 4 ώστε $1+4+5=10$.

Ο αριθμός το τέταρτο κουτάκι θα πρέπει να είναι 12 ώστε $5+12+13=30$.

Το άθροισμα όμως των 3 μεσαίων αριθμών θα είναι $4+5+12=21$, το οποίο δεν πρέπει να ισχύει καθώς το άθροισμα τους θα πρέπει να είναι 20.

1	4	5	12	13
---	---	---	----	----

- Δοκιμάζουμε να βάλουμε στο μεσαίο κουτάκι τον αριθμό 6.

1		6		13
---	--	---	--	----

Τότε ο αριθμός στο δεύτερο κουτάκι του σχήματος θα πρέπει να είναι 3 ώστε $1+3+6=10$.

Ο αριθμός το τέταρτο κουτάκι θα πρέπει να είναι 11 ώστε $6+11+13=30$.

Το άθροισμα των 3 μεσαίων αριθμών θα είναι $3+6+11=20$. Αυτή η περίπτωση είναι και η σωστή.

1	3	6	11	13
---	---	---	----	----

Σωστό το Β

Ερώτηση 10

Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι ζυγός (δηλαδή άρτιος);

- A) 2009×9 B) $2008 + 2009$ Γ) $2000 - 9$ Δ) 2000×9
 E) $2000 + 9$

Λύση

Έχουμε ότι $2000 \times 9 = 18000$ ο οποίος διαιρείται με 2 και είναι άρτιος.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 11

Επιλέγουμε τρεις αριθμούς από τον διπλανό πίνακα έτσι ώστε από κάθε γραμμή του πίνακα να επιλέξουμε έναν αριθμό και επίσης, από κάθε στήλη του πίνακα να επιλέξουμε έναν αριθμό. Κατόπιν προσθέτουμε τους τρεις αριθμούς που επιλέξαμε. Ποιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα που μπορούμε να βρούμε με αυτόν τον τρόπο;

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- A) 12 B) 15 Γ) 18 Δ) 21 E) 24

Λύση

- Από την πρώτη γραμμή επιλέγουμε τον αριθμό 3 ως μεγαλύτερο.
- Από τη δεύτερη γραμμή επιλέγουμε τον αριθμό 5, διότι δεν μπορούμε να επιλέξουμε τον 6 αφού αυτός βρίσκεται στην ίδια στήλη με τον αριθμό 3.
- Από την τρίτη γραμμή θα επιλέξουμε υποχρεωτικά τον αριθμό 7, αφού δεν μπορούμε να επιλέξουμε τους αριθμούς 8 και 9.

1	2	③
4	⑤	6
⑦	8	9

Άρα το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα είναι $1 + 5 + 9 = 15$.

(Στο ίδιο άθροισμα θα καταλήγαμε αν επιλέγαμε και τους αριθμούς 7, 5 και 3).

Σωστό το Β

Ερώτηση 12

Τι ώρα θα δείχνει το ρολόι 17 ώρες μετά τις 17:00 η ώρα;

- A) 8:00 B) 10:00 Γ) 11:00 Δ) 12:00 E) 13:00

Λύση

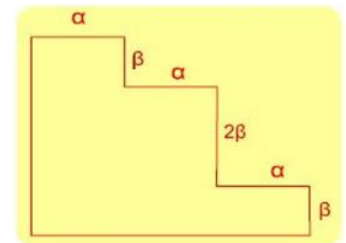
Σε 12 ώρες μετά τις 17:00 το ρολόι θα δείχνει 05:00 το πρωί. Άρα 5 ώρες μετά (17 ώρες μετά τις 17:00 δηλαδή), το ρολόι θα δείχνει 10:00 το πρωί.

Σωστό το Β

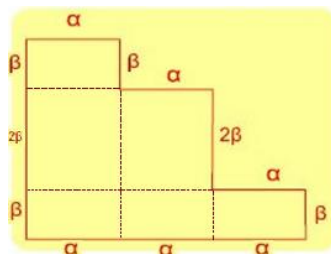
Ερώτηση 13

Στο σχήμα όλες τις γωνίες είναι ορθές. Η περίμετρος του σχήματος είναι

- A) $3\alpha + 4\beta$ B) $3\alpha + 8\beta$ Γ) $6\alpha + 4\beta$ Δ) $6\alpha + 6\beta$
 E) $6\alpha + 8\beta$



Λύση



Η περίμετρος είναι:

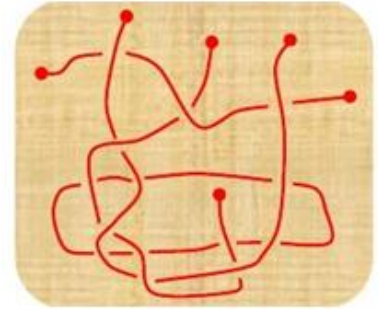
$$\alpha + \beta + \alpha + 2\beta + \alpha + \beta + 3\alpha + \beta + 2\beta + \beta = 6\alpha + 8\beta$$

Σωστό το E

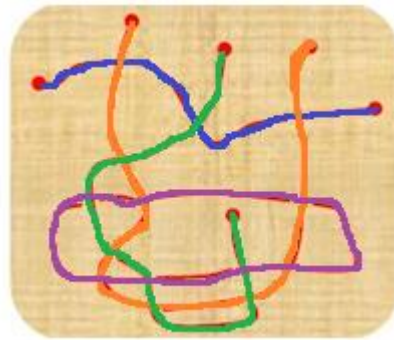
Ερώτηση 14

Πόσα κομμάτια σπάγκου υπάρχουν στην εικόνα;

- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 Ε) 7



Υπάρχουν 6 άκρες που ενώνουν 3 σπάγκους.



Σωστό το Β

Ερώτηση 15

Πόσοι ακέραιοι υπάρχουν μεταξύ των δύο σημειωμένων αριθμών;

- A) 15 B) 16 Γ) 17 Δ) 18
E) 19

3,17 **20,16**

Λύση

Μεταξύ 3,17 και 20,16 υπάρχουν όλοι οι αριθμοί από το 4 έως το 20, δηλαδή συνολικά 17 ακέραιοι αριθμοί.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 16

Όταν κάνουμε τις παρακάτω πράξεις, σε ποια από τις πέντε περιπτώσεις θα βρούμε διαφορετική απάντηση από τις υπόλοιπες;

A) $20 \cdot 10 + 20 \cdot 10$

B) $\frac{20}{10} \cdot 20 \cdot 10$

Γ) $\frac{20 \cdot 10 \cdot 20}{10}$

Δ) $20 \cdot 10 + 10 \cdot 20$

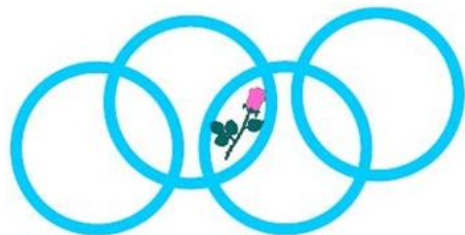
E) $\frac{20}{10} \cdot 20 + 10$

Λύση

- $20 \cdot 10 + 20 \cdot 10 = 2 \cdot (20 \cdot 10) = 2 \cdot 200 = 400$
- $\frac{20}{10} \cdot 20 \cdot 10 = 20 \cdot 20 = 400$
- $\frac{20 \cdot 10 \cdot 20}{10} = 20 \cdot 20 = 400$
- $20 \cdot 10 + 10 \cdot 20 = 20 \cdot 10 + 20 \cdot 10 = 400$
- $\frac{20}{10} \cdot 20 + 10 = \frac{400}{10} + 10 = 40 + 10 = 50$

Σωστό το E**Ερώτηση 17**

Στο σχήμα υπάρχουν επτά περιοχές μέσα στους κύκλους. Τοποθετούμε τους αριθμούς από το 1 έως το 7, ανά έναν, μέσα στις περιοχές έτσι ώστε το άθροισμα των αριθμών σε κάθε κύκλο να είναι 9. Ποιος αριθμός υπάρχει στη θέση του τριαντάφυλλου;

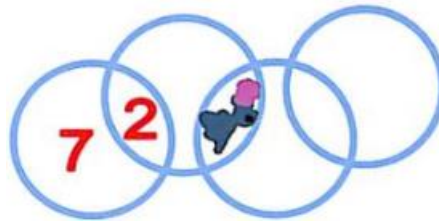


A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4

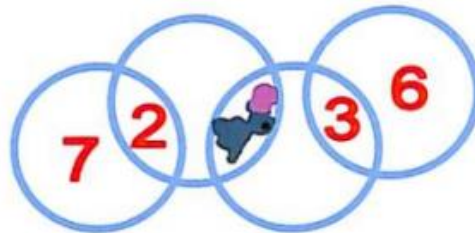
E) κανένα από τα προηγούμενα

Λύση

- Το 7 δεν μπορεί να μπει σε κάποιον από τους μεσαίους κύκλους γιατί τότε το άθροισμα θα ήταν τουλάχιστον $7+2+1=10$, ενώ πρέπει να είναι 9. Άρα το 7 βρίσκεται σε έναν από τους 2 ακριανούς κύκλους.
- Έστω ότι το 7 βρίσκεται στον αριστερό κύκλο συνοδευόμενο από το 2.



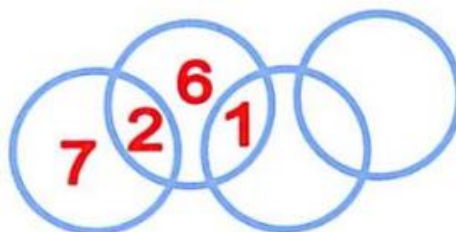
- Το 6 δεν μπορεί να μπει στον τρίτο κύκλο γιατί θα είχαμε άθροισμα τουλάχιστον $6+1+3=10$.
- Μία περίπτωση είναι αυτή του παρακάτω σχήματος



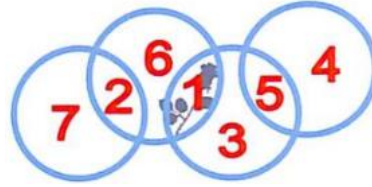
Εδώ έχουμε να βάλουμε τους αριθμούς 1, 4 και 5. Κανένας όμως συνδυασμός δεν ταιριάζει!

Για παράδειγμα στον δεύτερο κύκλο θέλουμε ακόμα 7 μονάδες τις οποίες δεν μπορούμε να φτιάξουμε με τους αριθμούς 1, 4 και 5.

- Άρα το σχήμα μας θα είναι:



Μας λείπουν οι αριθμοί 3, 4 και 5 τους οποίους συμπληρώνουμε ως εξής:



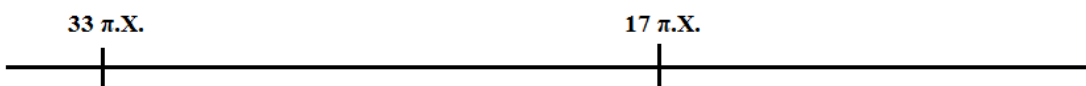
Σωστό το Α

Ερώτηση 18

Ένας αρχαίος Μαθηματικός γεννήθηκε το 17 π.Χ. (17 προ Χριστού) και ένας αρχαίος Φιλόσοφος γεννήθηκε το 33 π.Χ. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό για τον Μαθηματικό;

- A) γεννήθηκε 50 χρόνια πριν τον Φιλόσοφο
- B) γεννήθηκε 16 χρόνια πριν τον Φιλόσοφο
- Γ) γεννήθηκε 16 χρόνια μετά τον Φιλόσοφο
- Δ) γεννήθηκε 40 χρόνια μετά τον Φιλόσοφο
- E) γεννήθηκε 50 χρόνια μετά τον Φιλόσοφο

Λύση



Παρατηρώντας την πιο πάνω ευθεία έχουμε ότι το έτος 17 π.Χ. είναι πιο μετά από το έτος 33 π.Χ. Συνεπώς ο Μαθηματικός γεννήθηκε σίγουρα μετά τον Φιλόσοφο. Για να βρούμε πόσα χρόνια μετά αρκεί να κάνουμε την αφαίρεση $33 - 17 = 16$.

Σωστό το Γ

Ερώτηση 19

Σε μία βιβλιοθήκη υπάρχουν 35 βιβλία Αριθμητικής, Βιολογίας και Γεωμετρίας. Τα βιβλία Γεωμετρίας είναι δεκαπλάσια από τα βιβλία Αριθμητικής. Τα βιβλία Αριθμητικής είναι λιγότερα από τα βιβλία Βιολογίας και τα βιβλία Βιολογίας είναι λιγότερα από τα βιβλία Γεωμετρίας. Πόσα βιβλία Βιολογίας υπάρχουν στη βιβλιοθήκη;

A) 2 B) 3 Γ) 12 Δ) 13

E) δεν μπορούμε να ξέρουμε

Λύση

- Τα βιβλία Γεωμετρίας είναι δεκαπλάσια από τα βιβλία Αριθμητικής, οπότε σίγουρα τα βιβλία Αριθμητικής είναι λιγότερα από 4. Άρα υπάρχουν είτε 1, είτε 2, είτε 3 βιβλία Αριθμητικής, οπότε τα βιβλία της Γεωμετρίας είναι είτε 10, είτε 20, είτε 30.

Βιβλία Αριθμητικής	1	2	3
Βιβλία Γεωμετρίας	10	20	30
Βιβλία Βιολογίας			
Σύνολο	35	35	35

- Ξέρουμε όμως ότι τα βιβλία είναι συνολικά 35 οπότε, αρκεί να κάνουμε αφαίρεση για να βρούμε το πλήθος των βιβλίων της Βιολογίας.

Βιβλία Αριθμητικής	1	2	3
Βιβλία Γεωμετρίας	10	20	30
Βιβλία Βιολογίας	24	13	2
Σύνολο	35	35	35

- Απορρίπτουμε την εκδοχή που έχουμε 1 βιβλίο Αριθμητικής διότι τα βιβλία Βιολογίας θα πρέπει να είναι λιγότερα από τα βιβλία Γεωμετρίας.
- Απορρίπτουμε την εκδοχή που έχουμε 3 βιβλία Αριθμητικής διότι τα βιβλία Αριθμητικής θα πρέπει να είναι λιγότερα από τα βιβλία Βιολογίας.
- Δεκτή είναι η εκδοχή που έχουμε 2 βιβλία Αριθμητικής και συνεπώς και 13 βιβλία Βιολογίας.

Σωστό το Δ

Ερώτηση 20

Ο κύριος Αριθμόπουλος πολλαπλασίασε δύο διψήφιους αριθμούς και έγραψε το αποτέλεσμα στον πίνακα. Αργότερα έσβησε τρία από τα ψηφία που είχε γράψει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πόσο είναι το άθροισμα των τριών ψηφίων που έσβησε;


$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & 3 & \times & 2 & = & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

- A) 5 B) 6 Γ) 9 Δ) 12 Ε) 14

Λύση

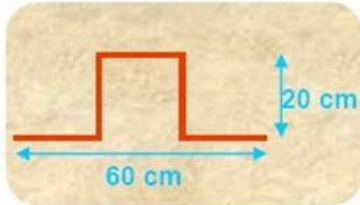

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & \times & 2 & 4 & = & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Σωστό το Β

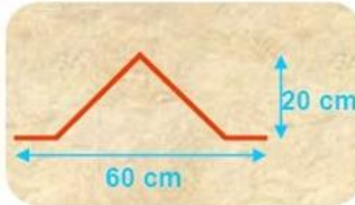
Ερώτηση 21

Ποια από τις πέντε κόκκινες γραμμές έχει το μικρότερο μήκος;

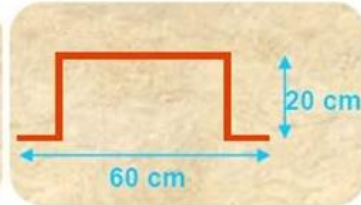
A)



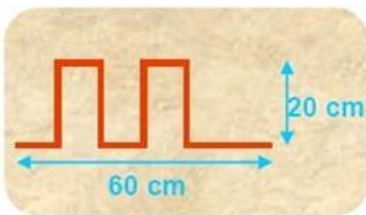
B)



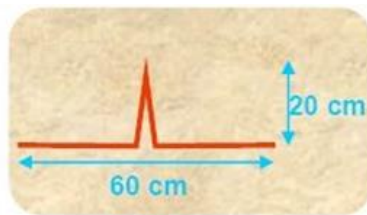
Γ)



Δ)



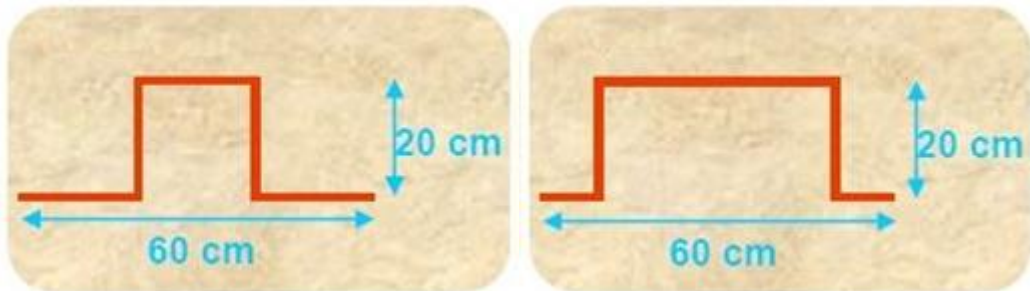
Ε)



Λύση

- Τα σχήματα A και Γ έχουν το ίδιο μήκος αφού:

$$60 + 20 + 20 = 100 \text{ cm}$$

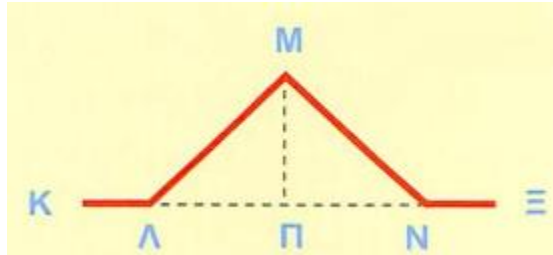


- Το σχήμα B έχει μικρότερο μήκος από το A διότι

$$AM < AP + MP = AP + 20$$

$$MN < MP + PN = PN + 20$$

Άρα το σχήμα B έχει μήκος μικρότερο από $60 + 2 \cdot 20 = 100 \text{ cm}$



- Το σχήμα Δ έχει μεγαλύτερο μήκος από τα σχήματα Α, Β και Γ.
Συγκεκριμένα:

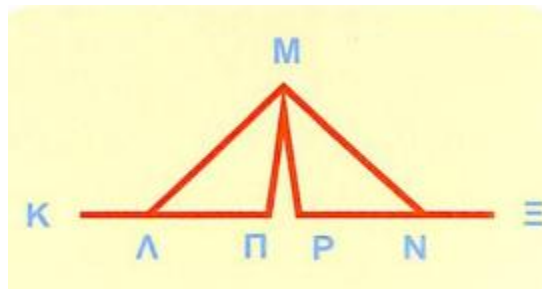
$$60 + 20 + 20 + 20 + 20 = 140 \text{ cm}$$

- Το σχήμα Ε έχει μεγαλύτερο μήκος από το σχήμα Β διότι:

$$LM < LP + PM$$

$$MN < MP + PN$$

και τα υπόλοιπα τμήματα είναι κοινά.



- Άρα το μικρότερο μήκος έχει το σχήμα Β.

Σωστό το Β