

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. **A)** Ναι, π.χ. $v = 2^{30}3^{30}5^{24}$.
B) Όχι., διότι, αν υπήρχε, τότε $2|v$. Έστω a ο μεγαλύτερος εκθέτης τέτοιος ώστε $2^a|v$.
Τότε $4|a+2$ (λόγω του ότι ο $4v$ είναι τέλεια τετάρτη δύναμη) και $2|a+1$ (λόγω του ότι ο $6v$ είναι τέλεια έκτη δύναμη) και άρα $2|1$, δηλ. άτοπο.
2. Η σχέση είναι ισοδύναμη με

$$(\sqrt{x-y}-1)^2 + (\sqrt{y-z}-1)^2 + (\sqrt{z-w}-1)^2 + (\sqrt{x+w}-1)^2 = 0$$

και άρα $x = 2, y = 1, z = 0, w = -1$.

3. Προφανώς $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $B\Gamma \parallel \Delta E$ και άρα $A\Gamma = B\Delta = E\Gamma$. Επίσης έχουμε $B\Gamma = A\Delta$, $\Delta\Gamma = BE$ και $\angle ABE = \angle A\Delta E = 90^\circ$. Άρα

$$AB^2 + \Gamma\Delta^2 = AB^2 + \Gamma\Delta^2 = AE^2 = A\Delta^2 + \Delta E^2 = B\Gamma^2 + \Delta E^2.$$

4. 1) Αν $f(a) = -1$, τότε $2 = 0$. 2) Αν $f(\beta) = 0$, τότε $f(\beta + 1) = -1$. Άτοπο λόγω 1).
3) Έχουμε $f(x+1) = (f(x) - 1)/(f(x) + 1)$, $f(x+2) = -1/f(x)$ και επομένως
 $f(x+4) = -1/f(x+2) = f(x)$.