



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 24 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2007

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΤΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΝΟΜΑΡΧΙΑΚΩΝ
ΕΠΙΤΡΟΠΩΝ, ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΩΝ ΚΕΝΤΡΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΤΗΡΗΤΕΣ

1. Παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις οδηγίες στους μαθητές.
2. Οι επιτηρητές των αιθουσών θα διανείμουν πρώτα κόλλες αναφοράς, στις οποίες οι μαθητές θα πρέπει απαραίτητα να γράψουν **ΕΠΩΝΥΜΟ, ΟΝΟΜΑ, ΣΧΟΛΕΙΟ, ΤΑΞΗ, ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ και ΤΗΛΕΦΩΝΟ**, τα οποία θα ελεγχθούν σε αντιπαραβολή με την ταυτότητα που θα έχουν οι εξεταζόμενοι, πριν καλυφθούν και μετά θα γίνει η υπαγόρευση ή διανομή φωτοτυπιών των θεμάτων στους μαθητές.
3. Να φωτοτυπηθεί και να μοιραστεί σε όλους τους μαθητές η επιστολή που σας αποστέλλουμε μαζί με τα θέματα.
4. Η εξέταση πρέπει να διαρκέσει ακριβώς τρεις (3) ώρες από τη στιγμή που θα γίνει η εκφώνηση των θεμάτων (9-12 περίπου). Δε θα επιτρέπεται σε κανένα μαθητή ν' αποχωρήσει πριν παρέλθει μία ώρα από την έναρξη της εξέτασης.
5. Οι επιτηρητές των αιθουσών έχουν το δικαίωμα ν' ακυρώσουν τη συμμετοχή μαθητών, αν αποδειχθεί ότι αυτοί έχουν χρησιμοποιήσει αθέμιτα μέσα, σημειώνοντας τούτο στις κόλλες των μαθητών. Η επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. έχει δικαίωμα να επανεξετάσει μαθητή αν έχει λόγους να υποπτευτείται ότι το γραπτό του είναι αποτέλεσμα χρήσης αθέμιτου μέσου.
6. Υπολογιστές οποιουδήποτε τύπου καθώς και η χρήση κινητών απαγορεύονται.
7. Αμέσως μετά το πέρας της εξέτασης, οι κόλλες των μαθητών πρέπει να σφραγιστούν εντός φακέλου ή φακέλων, που θα έχουν την υπογραφή του υπεύθυνου του εξεταστικού κέντρου και ν' αποσταλούν στην **Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε., Πανεπιστημίου 34, 106 79 Αθήνα**, αφού πρώτα στα παραρτήματα, εφόσον είναι εφικτό, γίνει μία πρώτη βαθμολόγηση, σύμφωνα με το σχέδιο βαθμολόγησης της επιτροπής διαγωνισμών.
8. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα σταλούν στους Προέδρους των Τοπικών Νομαρχιακών Επιτροπών (ΤΝΕ) και τα Παραρτήματα της Ε.Μ.Ε. και δεν προβλέπεται Αναβαθμολόγηση (διότι γίνεται εσωτερικά).
9. Ο «**ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ**» θα διενεργηθεί στις **19 Ιανουαρίου 2008** και η Εθνική Ολυμπιάδα Μαθηματικών «**ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ**» θα γίνει στις **23 Φεβρουαρίου 2008** στην Αθήνα. Από τους διαγωνισμούς αυτούς και επί πλέον από ένα τελικό διαγωνισμό στην Ε.Μ.Ε. και μια προφορική εξέταση με προκαθορισμένη διαδικασία θα επιλεγεί η εθνική ομάδα, που θα συμμετάσχει στη **25^η Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα (ΠΓΔΜ, Μάιος 2008)**, στην **12^η Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα Νέων (Αλβανία, Ιούνιος 2008)** και στην **49η Διεθνή Μαθηματική Ολυμπιάδα (Μαδρίτη Ισπανίας, Ιούλιος 2008)**.
10. Με την ευκαιρία αυτή, το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ευχαριστεί όλους τους συναδέλφους που συμβάλλουν αφιλοκερδώς στην επιτυχία των Πανελληνίων Μαθητικών Διαγωνισμών της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ. ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος
Καθηγητής Νικόλαος Αλεξανδρής

Ο Γενικός Γραμματέας
Ιωάννης Τυρλής



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 24 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2007

Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1.

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$A = (200 : 8 + 12 \cdot 100) + [200 : (8 + 2) + 762] \cdot [(-1)^{13} + (-1)^{12} + (-1)^{2007}]^2.$$

Πρόβλημα 2.

Οι μαθητές ενός Γυμνασίου μπορούν να παραταχθούν σε εξάδες, σε οκτάδες και σε δεκάδες, χωρίς να περισσεύει κανείς. Τα πλήθη των μαθητών των τάξεων Α΄, Β΄ και Γ΄ είναι αριθμοί ανάλογοι προς τους αριθμούς 5, 4 και 3, αντίστοιχα. Αν το πλήθος των μαθητών του Γυμνασίου είναι αριθμός μεγαλύτερος του 300 και μικρότερος του 400, να βρεθεί το πλήθος των μαθητών κάθε τάξης.

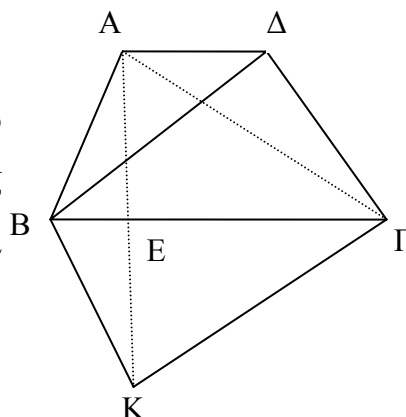
Πρόβλημα 3.

Ένας έμπορος αγόρασε 200 κιλά φράουλες με τιμή αγοράς 3 ευρώ το κιλό. Κατά τη μεταφορά είχε απώλεια 10% στα κιλά που αγόρασε. Πόσο πρέπει να πουλήσει το κιλό τις φράουλες ώστε να έχει κέρδος 20% επί της τιμής της αγοράς;

Πρόβλημα 4.

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος η μεγάλη βάση ΒΓ είναι διπλάσια της μικρής βάσης ΑΔ. Αν το εμβαδόν του τραpezίου είναι 300cm^2 και το σημείο Κ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την ευθεία ΒΓ (δηλαδή η ΒΓ είναι μεσοκάθετος της ΑΚ), να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ και
 (β) το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΚΓ.



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ
68^{ου} ΘΑΛΗΣ
24 Νοεμβρίου 2007

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

$$\begin{aligned} 1. A &= (200 : 8 + 12 \cdot 100) + [200 : (8 + 2) + 762] \cdot [(-1)^{13} + (-1)^{12} + (-1)^{2007}]^2 \\ &= (25 + 1200) + (200 : 10 + 762) \cdot [(-1) + 1 + (-1)]^2 \\ &= 1225 + (20 + 762) \cdot (-1)^2 \\ &= 1225 + 782 \cdot 1 = 2007. \end{aligned}$$

2. Αν ω είναι ο αριθμός των μαθητών του Γυμνασίου, τότε ο ω είναι κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 6, 8 και 10. Επειδή $\text{ΕΚΠ}[6, 8, 10] = 120$, έπεται ότι $\omega \in \{120, 240, 360, 480, \dots\}$ και αφού $300 < \omega < 400$, θα είναι $\omega = 360$.

Αν x, y, z είναι ο αριθμός των μαθητών της Α', Β' και Γ' τάξης, αντίστοιχα, τότε θα έχουμε

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \lambda \quad \text{και} \quad x + y + z = 360.$$

Άρα είναι

$$x = 5\lambda, y = 4\lambda, z = 3\lambda$$

$$\text{και} \quad 5\lambda + 4\lambda + 3\lambda = 360 \Leftrightarrow 12\lambda = 360 \Leftrightarrow \lambda = 30.$$

Άρα είναι: $x = 5 \cdot 30 = 150$, $y = 4 \cdot 30 = 120$, $z = 3 \cdot 30 = 90$.

3. Ο έμπορος πλήρωσε για την αγορά $200 \cdot 3 = 600$ ευρώ.

Η απώλεια του σε κιλά ήταν $200 \cdot \frac{10}{100} = 20$ κιλά, οπότε του έμειναν

$$200 - 20 = 180 \text{ κιλά.}$$

Για να έχει κέρδος 20% επί της τιμής αγοράς πρέπει να εισπράξει

$$600 + 600 \cdot \frac{20}{100} = 720 \text{ ευρώ.}$$

Άρα πρέπει να πουλήσει το κιλό $720 : 180 = 4$ ευρώ.

4. (α) Αν $x = \text{ΒΓ}$, $y = \text{ΑΔ}$ και $\text{ΑΕ} = \nu$, τότε $x = 2y$ και

$$\frac{(x+y)\nu}{2} = \text{Ε} = (\text{ΑΒΓΔ}) \Leftrightarrow 3y \cdot \nu = 2\text{Ε} \Leftrightarrow y \cdot \nu = \frac{2\text{Ε}}{3} \Leftrightarrow y \cdot \nu = 200\text{cm}^2.$$

Άρα έχουμε

$$\text{Ε}(\text{ΑΒΔ}) = \frac{1}{2} y \cdot \nu = \frac{1}{2} \cdot 200\text{cm}^2 = 100\text{cm}^2.$$

$$\text{(β)} \quad (\text{ΑΒΚΓ}) = 2(\text{ΑΒΓ}) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot \nu = 2(y \cdot \nu) = 2 \cdot 200 = 400\text{cm}^2.$$

Διαφορετικά

Το τετράπλευρο ΑΒΚΓ έχει κάθετους διαγώνιους, οπότε έχει εμβαδόν

$$(ΑΒΚΓ) = \frac{1}{2} \cdot ΒΓ \cdot ΑΚ = \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot 2\nu = 2(y \cdot \nu) = 2 \cdot 200 = 400cm^2.$$