Επίπεδο 3

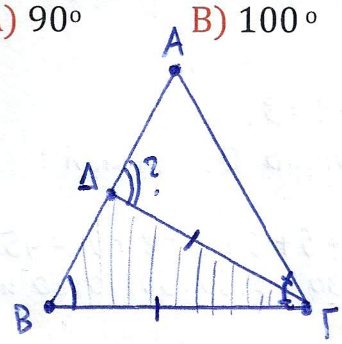
8η εβδομάδα

Επιλεγμένα θέματα διαγωνισμών Kangaroo

Ερώτηση 1

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ, η διχοτόμος ΓΔ της γωνίας $\hat{\Gamma}$ ισούται με την βάση ΒΓ. Τότε η γωνία $\widehat{\Gamma\Delta A}$ ισούται με:

Α) 90° Β) 100° Γ) 108° Δ) 120° Ε) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε.



Λύση

Συμβολίζουμε $\widehat{\Delta\Gamma B} = \alpha$. Τότε $\widehat{B\Gamma A} = 2\alpha$ και $\widehat{AB\Gamma} = 2\alpha$

Επίσης $\widehat{\Gamma\Delta B} = \widehat{\Delta B\Gamma} = 2\alpha$. Τότε στο τρίγωνο ΒΔΓ θα έχουμε

$\widehat{\Delta B\Gamma} + \widehat{\Delta\Gamma B} + \widehat{\Gamma\Delta B} = 180° \Rightarrow$

$2\alpha + \alpha + 2\alpha = 180° \Rightarrow$

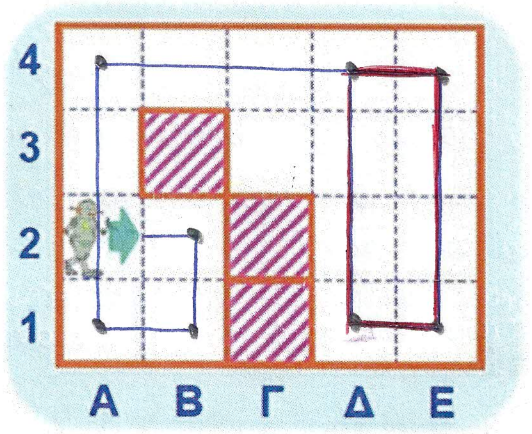
$5\alpha = 180° \Rightarrow$

$\alpha = 36°$

Τότε $\widehat{\Gamma\Delta A} = 180° - \widehat{\Gamma\Delta B} = 180° - 2\cdot\alpha = 180° - 72° = 108°$.

Ερώτηση 2

Ένα ρομπότ περπάτα στα άσπρα τετράγωνα του δαπέδου, αρχίζοντας από την θέση Α2 και κατά την κατεύθυνση που δείχνει το βέλος. Περπατά πάντα προς τα εμπρός, εκτός εάν συναντήσει εμπόδιο, οπότε στρίβει προς τα δεξιά. Τα εμπόδια είναι ο εξωτερικός τοίχος και οι τοίχοι των γραμμοσκιασμένων τετραγώνων. Το ρομπότ σταματά την κίνησή του εάν δεν μπορεί να συνεχίσει προς τα εμπρός αμέσως μετά από μία δεξιά στροφή. Σε ποια τετράγωνο θα σταματήσει;



Α) στο Β2 Β) στο Α1 Γ) στο Ε1 Δ) στο Δ1 Ε) δεν σταματά ποτέ

Λύση

Η διαδρομή που ακολουθεί το ρομπότ φαίνεται στο σχήμα, από όπου βλέπουμε από την κόκκινη διαδρομή ότι δεν σταματά ποτέ. Οι γκρί κουκκίδες σημαίνουν ότι το ρομπότ συναντά εμπόδιο οπότε στρίβει δεξιά.

Ερώτηση 3

Για κάθε διψήφιο αριθμό αφαιρούμε το ψηφίο των μονάδων από το ψηφίο των δεκάδων. Αν προσθέσουμε όλα τα αποτελέσματα που θα βρούμε, ποιο θα είναι το άθροισμα;

Α) 90   Β) 100   Γ) 55   Δ) 45   Ε) 30

Λύση

Κάθε αριθμός δίνει αντίθετη διαφορά με τον αριθμό που έχει αλλάξει το ψηφίο των μονάδων με το ψηφίο των δεκάδων. Δηλαδή για παράδειγμα ο αριθμός 21 έχει διαφορά ψηφίων $1-2=-1$, ενώ ο 12: $2-1=1$
Επίσης ο 13 έχει διαφορά $1-3=-3$ ενώ ο 31 έχει $3-1=3$.
Άρα αν προσθέσουμε αυτές τις διαφορές θα πάρουμε άθροισμα 0. Δηλαδή:
$1-1=0$, $2-2=0$, $3-3=0$ κ.ο.κ.
Συνεπώς το ζητούμενο άθροισμα θα είναι: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.
(αφού είναι οι διαφορές των αριθμών 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 και 90).

Ερώτηση 4

Η Τίνα πρόσθεσε τους πρώτους εκατό ζυγούς (άρτιους) αριθμούς και ο Τάσος πρόσθεσε τους πρώτους εκατό μονούς (περιττούς) αριθμούς. Πόσο πιο μεγάλο είναι το άθροισμα της Τίνας από του Τάσου;

Τίνα: 2+4+6+...
Τάσος: 1+3+5+...

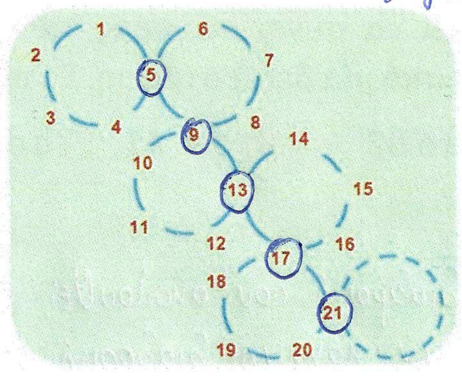
Α) 0   Β) 50   Γ) 100   Δ) 10100   Ε) 15150

Λύση

Ο πρώτος αριθμός της Τίνας, δηλαδή το 2 είναι κατά 1 μεγαλύτερος από τον πρώτο αριθμό του Τάσου που είναι το 1.
Επίσης ο δεύτερος αριθμός της Τίνας, δηλαδή το 4 είναι κατά 1 μεγαλύτερος από του Τάσου.
Αφού το πλήθος των προσθετέων είναι 100 και κάθε προσθετέος της Τίνας είναι μεγαλύτερος κατά 1 από τον αντίστοιχο προσθετέο του Τάσου, το άθροισμα της Τίνας είναι κατά 100 μεγαλύτερο.

Ερώτηση 5

Γράφουμε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... διαδοχικά γύρω-γύρω από εφαπτόμενους κύκλους. Στον κάθε κύκλο τοποθετούμε 5 αριθμούς. Ο μεγαλύτερος αριθμός σε έναν κύκλο είναι ο ίδιος με τον μικρότερο του επόμενου κύκλου. Στο σχήμα βλέπουμε μερικούς από τους αρχικούς κύκλους. Ποιοι αριθμοί υπάρχουν στον εκατοστό κύκλο;



Α) {100, 101, 102, 103, 104}

Β) {397, 398, 399, 400, 401}

Γ) {401, 402, 403, 404, 405}

Δ) {396, 397, 398, 399, 400}

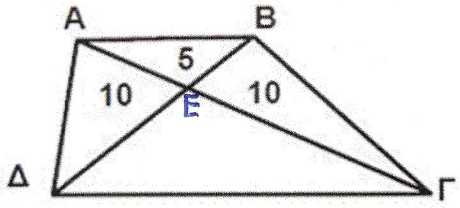
Ε) {400, 401, 402, 403, 404}

Λύση

Οι αριθμοί που είναι κυκλωμένοι στο σχήμα είναι οι κοινοί αριθμοί μεταξύ των κύκλων και παρατηρούμε αρχικά ότι είναι όλοι μονοί.
Στο σχήμα υπάρχουν 6 κύκλοι. Αφού εμείς θέλουμε τους αριθμούς στον εκατοστό κύκλο, αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν άλλοι $100-6=94$ κύκλοι.
Σε αυτούς τους 94 κύκλους υπάρχουν άλλοι $94\times 4=376$ αριθμοί (αφαιρούμε τους αριθμούς που είναι κοινοί ανάμεσα σε 2 κύκλους). Συνεπώς $376+21=397$.
Δηλαδή ο εκατοστός κύκλος ξεκινά με 397. Άρα οι ζητούμενοι αριθμοί είναι {397, 398, 399, 400, 401}.

Ερώτηση 6

Τρία από τα τρίγωνα μέσα στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχουν εμβαδόν 10 m², 5 m² και 10 m², αντίστοιχα όπως δείχνει το σχήμα. Πόσο είναι το εμβαδόν του ΑΒΓΔ;



Α) 60 m² Β) 45 m² Γ) 40 m² Δ) 35 m² Ε) 30 m²

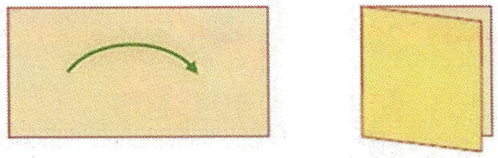
Λύση

Ισχύει ότι Εμβαδόν ΑΒΓ = Εμβαδόν ΑΒΔ, αφού τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΒΔ έχουν την ίδια βάση και το ίδιο ύψος.
Έχουμε ότι Εμβαδόν ΑΒΓ = Εμβαδόν ΑΒΔ = 15 m² και Εμβαδόν ΒΓΕ = 10 m².
Οι διαγώνιοι ενός τραπεζίου το διαιρούν σε 4 όμοια τρίγωνα.
Δηλαδή: $\dfrac{\text{Εμβαδόν ΑΕΔ}}{\text{Εμβαδόν ΕΓΔ}} = \dfrac{\text{Εμβαδόν ΑΒΕ}}{\text{Εμβαδόν ΒΓΕ}} \Rightarrow \dfrac{10}{\text{Εμβαδόν ΕΓΔ}} = \dfrac{5}{10}$

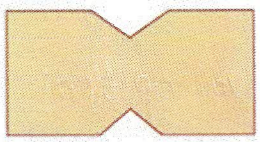
Οπότε λύνοντας την αναλογία έχουμε $10\cdot 10 = 5\cdot \text{Εμβαδόν ΕΓΔ}$
ή $\dfrac{100}{5} = \text{Εμβαδόν ΕΓΔ} \Rightarrow \text{Εμβαδόν ΕΓΔ} = 20\ m^2$. Άρα το εμβαδόν του ΑΒΓΔ είναι $10+5+10+20=45\ m^2$.

Ερώτηση 7

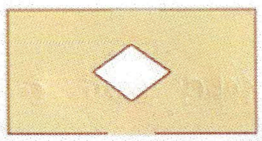
Ο Φειδίας δίπλωσε ένα κομμάτι χαρτί, όπως δείχνει η εικόνα. Μετά έκανε δύο ίσιες ψαλιδιές. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα *δεν μπορεί* να είναι το αποτέλεσμα που θα πάρει;



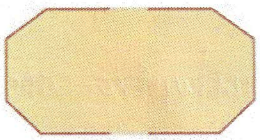
Α)



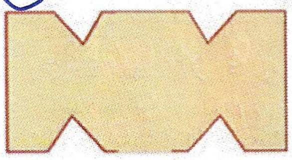
Β)



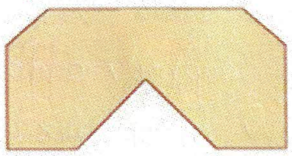
Γ)



Δ)

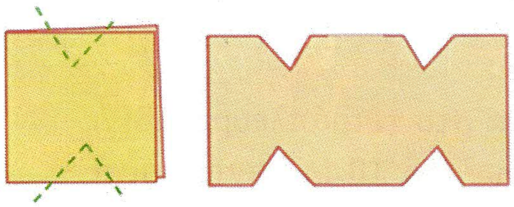


Ε)



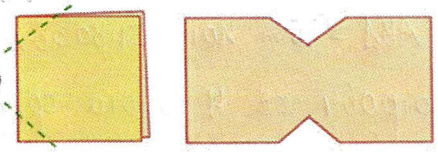
Λύση

Για το Δ χρειάζονται 4 ψαλιδιές.

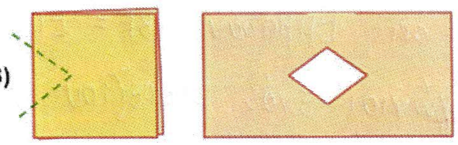


Τα υπόλοιπα σχήματα προκύπτουν ως εξής:

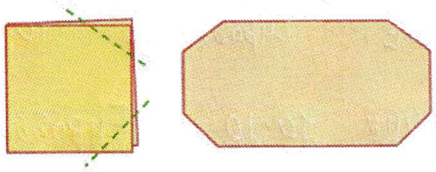
Α)



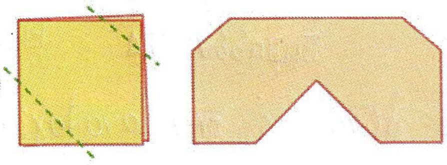
Β)



Γ)



Ε)



Ερώτηση 8

Ο Κώστας έγραψε στον υπολογιστή του τα γινόμενα των διαδοχικών αριθμών $1\cdot 2, 1\cdot 2\cdot 3, 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4, 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5, \dots\dots\dots, 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \dots\dots\dots \cdot 100$. Μετά πρόσθεσε όλους αυτούς τους αριθμούς. Ποιο είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού που βρήκε;

Α) 0 Β) 2 Γ) 4 Δ) 9 Ε) άλλη απάντηση

Λύση

Έχουμε ότι: $1\cdot 2 = 2$
$1\cdot 2\cdot 3 = 6$
$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$
$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$

Παρατηρούμε ότι τα γινόμενα $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6$, $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7, \dots, 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \dots \cdot 100$ θα είναι πολλαπλάσια του 5 και θα τελειώνουν πάντα σε 0.
Το άθροισμα των 4 πρώτων αριθμών είναι $2+6+24+120=152$
Κάθε αριθμός που θα προστίθεται από εκεί και πέρα στο 152 θα τελειώνει σε 0 οπότε αφού θα προσθέτουμε συνεχώς 0 στο ψηφίο των μονάδων, ο αριθμός μας θα τελειώνει σε 2.

Ερώτηση 9

Ο μέσος όρος των παιδιών ανά οικογένεια σε μία ομάδα από πέντε οικογένειες αποκλείεται να είναι:

Α) 0,2 παιδιά Β) 1,2 παιδιά Γ) 2,2 παιδιά Δ) 2,4 παιδιά

Ε) 2,5 παιδιά

Λύση

Ο μέσος όρος των παιδιών στις 5 οικογένειες είναι:

$$\frac{\text{πλήθος παιδιών στις 5 οικογένειες}}{5}$$

ή αλλιώς

(μέσος όρος των παιδιών στις 5 οικογένειες) $\times 5$ = πλήθος παιδιών στις 5 οικογ.

Δοκιμάζουμε τις απαντήσεις μας:

$0{,}2\times 5 = 1$ παιδί
$1{,}2\times 5 = 6$ παιδιά
$2{,}2\times 5 = 11$ παιδιά
$2{,}4\times 5 = 12$ παιδιά
$2{,}5\times 5 = 12{,}5$ παιδιά (το απορρίπτουμε γιατί δεν είναι ακέραιος).

Ερώτηση 10

Στον πίνακα είναι γραμμένοι σε έξι στήλες κατά σειρά μεγέθους οι αριθμοί 1, 2, 3….. και λοιπά, όπως δείχνει το σχήμα. Σε ποια στήλη βρίσκεται ο αριθμός 327;

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

Α) στην πρώτη Β) στη δεύτερη Γ) στην τρίτη

Δ) στην τέταρτη Ε) στην πέμπτη ή στην έκτη

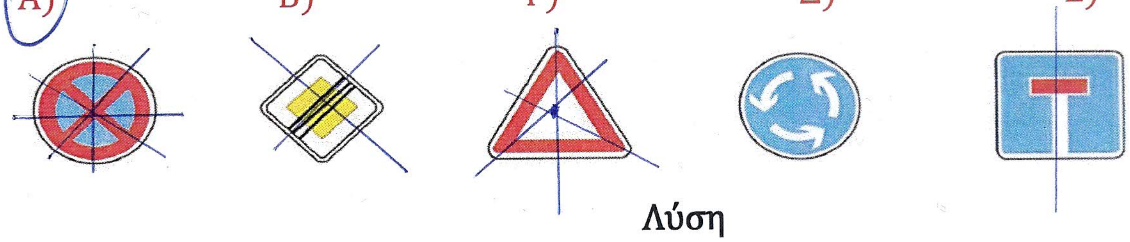
Λύση

Παρατηρούμε ότι ο παραπάνω πίνακας έχει γραμμένους 30 αριθμούς. Στο 1ο πάνω αριστερά κουτάκι θα βρίσκονται σε κάθε πίνακα 30 αριθμών οι αριθμοί 31, 61, 91, 121, 151, 181, 211, 241, 271, 301, 331, (δηλαδή ανα 30 αριθμούς). Συμπεραίνουμε ότι ο αριθμός 327 θα βρίσκεται στην ίδια στήλη με τον αριθμό 27. Δηλαδή την τρίτη, αφού βρίσκεται μετά απο 300 αριθμούς.

Ερώτηση 11

Ποιο από τα παρακάτω σήματα της Τροχαίας έχει τον μεγαλύτερο αριθμό από άξονες συμμετρίας;

Α) Β) Γ) Δ) Ε)



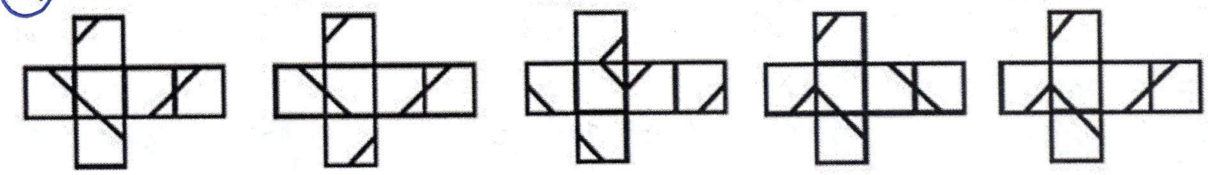
Λύση

Το Δ δεν έχει άξονες συμμετρίας. Το Ε) έχει έναν, το Β) δύο, το Γ) τρείς και το Α) τέσσερις.

Ερώτηση 12

Έχουμε έναν κύβο. Εξωτερικά του κύβου είναι σχεδιασμένη μία συνεχόμενη γραμμή που αρχίζει και τελειώνει στο ίδιο σημείο και η οποία διέρχεται από όλες τις έδρες του κύβου. Ποιο από τα παρακάτω είναι το ανάπτυγμα του κύβου;

Α) Β) Γ) Δ) Ε)



Λύση

Μόνο το ανάπτυγμα Α δίνει συνεχόμενη γραμμή. Το ανάπτυγμα Γ δίνει δύο συνεχόμενες γραμμές ενώ τα υπόλοιπα αναπτύγματα δεν δίνουν συνεχόμενη γραμμή.

Ερώτηση 13

Στον πίνακα είναι γραμμένοι όλοι οι τριψήφιοι αριθμοί με μη μηδενικά ψηφία που έχουν τις εξής δύο ιδιότητες. α) Αν σβήσουμε το πρώτο ψηφίο τους, τότε αυτό που μένει είναι τέλειο τετράγωνο και β) αν σβήσουμε το τελευταίο ψηφίο τους, τότε αυτό που μένει είναι τέλειο τετράγωνο. Πόσο είναι το άθροισμα όλων αυτών των αριθμών στον πίνακα;

Α) 1013 Β) 1177 Γ) 1465 Δ) 1993 Ε) 2016

Λύση

Όταν σβήσουμε το ψηφίο των μονάδων από τον τριψήφιο αριθμό (χωρίς τα μηδενικά) μένει διψήφιο τέλειο τετράγωνο. Τα διψήφια τέλεια τετράγωνα είναι:
16, 25, 36, 49, 64 και 81.

Άρα οι αριθμοί μας είναι της μορφής 16_, 25_, 36_, 49_, 64_, 81_
Ο 16_ γίνεται τέλειο τετράγωνο αν σβήσουμε το 1. Αλλά τέλειο τετράγωνο της μορφής 6_ είναι μόνο ο 64. Άρα ο αριθμός είναι 164
Έπειτα εξετάζουμε τον 25_. Αν σβήσουμε το 2, μένει 5_. Πετάμε τον αριθμό 25_
Συνεχίζοντας έτσι παίρνουμε τους αριθμούς 364, 649 και 816.
Άρα $364+649+816=1993$.

Ερώτηση 14

Η ζυγαριά του κυρ Θανάση τρελάθηκε! Για βάρη μέχρι 1000 γραμμάρια δουλεύει σωστά αλλά αν ζυγίσουμε βάρη μεγαλύτερα ή ίσα από 1000 γραμμάρια τότε δείχνει στην τύχη έναν αριθμό μεγαλύτερο από 1000 γραμμάρια. Ο κυρ Θανάσης έχει πέντε βάρη που ζυγίζουν Α, Β, Γ, Δ, Ε γραμμάρια. Όταν τα ζύγισε σε ζεύγη, η τρελοζυγαριά του έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

$$B+\Delta=1200,\ \Gamma+E=2100,\ B+E=800, B+\Gamma=900, A+E=700$$

Ποιο από τα βάρη είναι το βαρύτερο;

Α) το Α Β) το Β Γ) το Γ Δ) το Δ Ε) το Ε

Λύση

Αφού μας δίνεται ότι $B+E=800$ και $B+\Gamma=900$ συμπεραίνουμε ότι $E<\Gamma$.
Επίσης αφού $B+\Delta=1200$ και $B+E=800$ συμπεραίνουμε ότι $E<\Delta$.

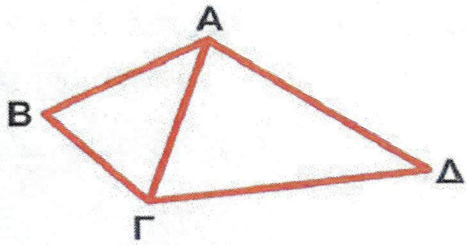
Αφού Γ+Ε = 2100 και Α+Ε = 700 συμπεραίνουμε ότι Α < Γ.
Αφού Β+Δ = 1200 και Β+Γ = 900 συμπεραίνουμε ότι Γ < Δ
Αφού Γ+Ε = 2100 και Β+Ε = 800 συμπεραίνουμε ότι Β < Γ
Άρα συνολικά έχουμε:

Ε < Γ, Α < Γ, Β < Γ, Ε < Γ και Γ < Δ.

οπότε το πιο βαρύ είναι το Δ.

Ερώτηση 15

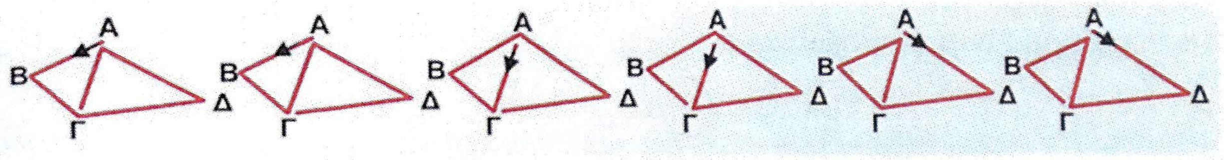
Τέσσερις πόλεις Α, Β, Γ και Δ συνδέονται με δρόμους όπως στο διάγραμμα. Οι οργανωτές ενός Μαραθώνιου αγώνα θέλουν να σχεδιάσουν μία διαδρομή που ξεκινά από την πόλη Α, τελειώνει στην Γ και περνά από όλους τους δρόμους ακριβώς μία φορά τον καθένα. Πόσες διαφορετικές διαδρομές μπορούν να σχεδιάσουν;



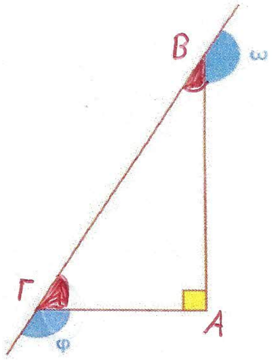
Α) 10 Β) 8 Γ) 6 Δ) 4 Ε) 2

Λύση

Υπάρχουν 6 διαδρομές
Πρώτος σταθμός μετά την πόλη Α είναι οποιαδήποτε από τις Β, Γ, Δ.
Άρα οι διαδρομές ξεκινούν ως ΑΒ__ ή ΑΓ__ ή ΑΔ__



Ερώτηση 16



Πόσο είναι το άθροισμα των δύο σημειωμένων γωνιών $\widehat{\omega}$ και $\widehat{\varphi}$ του ορθογωνίου τριγώνου στο σχήμα;

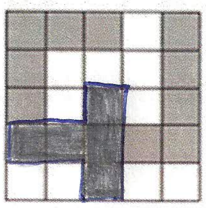
Α) 150° Β) 180° Γ) 270° Δ) 320° Ε) 360°

Λύση

Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου (κόκκινες στο σχήμα) έχουν άθροισμα 90°. Άρα οι εξωτερικές γωνίες έχουν άθροισμα

$$(180^\circ-\hat{B})+(180^\circ-\hat{\Gamma}) = 360^\circ-(\hat{B}+\hat{\Gamma}) = 360^\circ-90^\circ = 270^\circ.$$

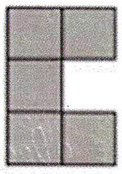
Ερώτηση 17



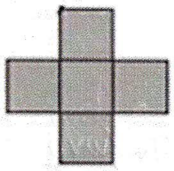
Η Λητώ έχει ένα τετράγωνο κουτί στο οποίο είναι τοποθετημένα δύο σχήματα (τα μαυρισμένα), όπως δείχνει η εικόνα δεξιά.

Ποιο από τα παρακάτω 5 σχήματα πρέπει να τοποθετήσει στο κουτί, για να εξασφαλίσει ότι κανένα από τα υπόλοιπα τέσσερα σχήματα να μην χωράει να μπει στον κενό χώρο; Τα σχήματα επιτρέπεται να περιστραφούν αλλά πρέπει να τοποθετούνται έτσι ώστε να καλύπτουν ακριβώς τα αντίστοιχα λευκά τετράγωνα.

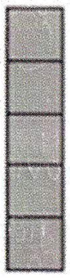
Α)



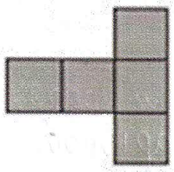
Β)



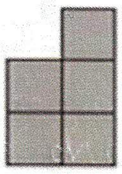
Γ)



Δ)



Ε)



Λύση

Εάν τοποθετήσουμε το σχήμα Α τότε θα μπορεί να τοποθετηθεί ή το σχήμα Γ ή το Δ.
Εάν τοποθετήσουμε το σχήμα Β, τότε θα μπορούμε να βάλουμε και το Δ ή το Γ
Εάν τοποθετήσουμε το σχήμα Γ, τότε θα μπορούμε να βάλουμε ή το Β ή το Α ή το Δ ή το Ε (δηλαδή όλα τα υπόλοιπα)
Εάν όμως τοποθετήσουμε το σχήμα Δ όπως στην εικόνα δεν θα χωράει να μπεί κάποιο από τα υπόλοιπα 4 σχήματα.

Ερώτηση 18

Στον πίνακα είναι γραμμένοι διαφορετικοί ανά δύο θετικοί ακέραιοι. Ακριβώς 2 από αυτούς είναι άρτιοι και ακριβώς 7 από αυτούς είναι πολλαπλάσια του 7. Αν Μ είναι ο πιο μεγάλος από τους αριθμούς στον πίνακα, ποια είναι η μικρότερη δυνατή τιμή που μπορεί να έχει ο Μ;

Α) 47 Β) 63 Γ) 77 Δ) 98 Ε) 196

Λύση

Για να βρούμε τη μικρότερη δυνατή τιμή του Μ και μόνο δύο αριθμοί να διαιρούνται με 2, θα πρέπει να έχουμε δύο μικρότερα άρτια πολλαπλάσια του 7. Οι παρακάτω αριθμοί ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη

7, 14, 21, 28, 35, 49, 63 (οι αριθμοί σε κύκλο είναι άρτιοι)

Άρα η μικρότερη δυνατή τιμή του Μ είναι 63.

Ερώτηση 19

Ο Διόφαντος τοποθέτησε όλους τους αριθμούς από το 1 έως το 9, ανά έναν, στα τετράγωνα ενός 3x3 πίνακα. Οι 1, 2, 3, 4 διακρίνονται στο σχήμα. Οι αριθμοί στα γειτονικά τετράγωνα του 9 έχουν άθροισμα 15. Πόσο είναι το άθροισμα των αριθμών στα γειτονικά τετράγωνα του 8; (Δύο τετράγωνα λέγονται γειτονικά αν έχουν κοινή πλευρά).

1	6	2
5	8	7
3	9	4

Α) 12 Β) 18 Γ) 20 Δ) 26 Ε) 27

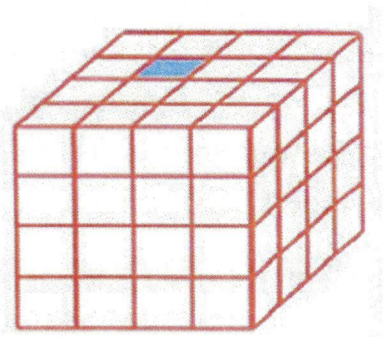
Λύση

Ο τρόπος για να έχουμε αριθμούς στα γειτονικά τετράγωνα του 9 με άθροισμα 15 είναι στα κελιά που δίνονται να βάλουμε 9 μεταξύ 3 και 4, ώστε το τρίτο γειτονικό τετράγωνο να έχει 8 και να έχουμε άθροισμα $8+3+4=15$.

Οι υπόλοιποι αριθμοί 5, 6 και 7 μπορούν να τοποθετηθούν με οποιαδήποτε σειρά στα τετράγωνα που λείπουν, οπότε το άθροισμα των γειτονικών τετραγώνων του 8 θα είναι $5+6+7+9=27$.

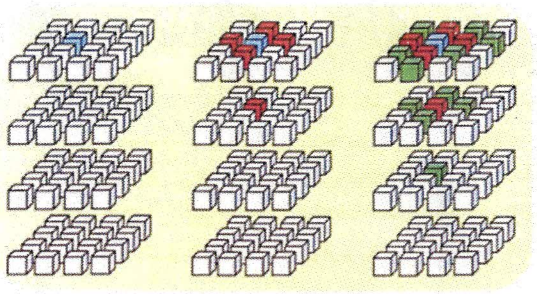
Ερώτηση 20

Ο κύβος της εικόνας αποτελείται από 64 μικρότερους κύβους, ένας από τους οποίους έχει γαλάζιο χρώμα. Την πρώτη μέρα ο γαλάζιος κύβος θα χρωματίσει με γαλάζιο χρώμα όλους τους γειτονικούς του (δηλαδή όσους έχουν κοινή έδρα με αυτόν). Την δεύτερη μέρα κάθε γαλάζιος κύβος θα χρωματίσει με γαλάζιο χρώμα όλους τους γειτονικούς του που είναι ακόμα άβαφοι. Πόσοι κύβοι θα έχουν γαλάζιο χρώμα στο τέλος της δεύτερης μέρας;



Α) 11 Β) 13 Γ) 15 Δ) 16 Ε) 17

Λύση



Την πρώτη μέρα ο γαλάζιος κύβος θα χρωματίσει άλλους 5 κόκκινους
Αφού ο κύβος αυτός έχει 6 έδρες από τις οποίες η μία (η επάνω) δεν συνορεύει με τίποτα, μένουν οι άλλες 5.

Ενας απο τους κύβους που χρωματίστηκαν την πρώτη μέρα είναι ο αμέσως από κάτω από τον αρχικό.

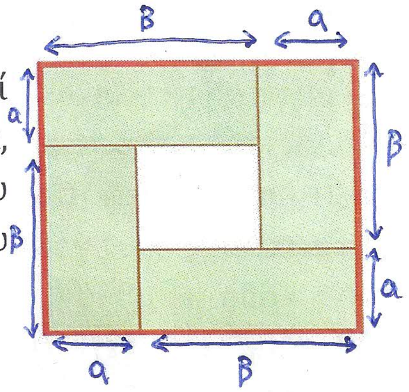
Τη δεύτερη μέρα αυτός θα χρωματίσει άλλους 5 κύβους, για τον ίδιο λόγο με πριν.

Επίσης οι κύβοι στον επάνω όροφο θα χρωματίσουν άλλους 6 (τους πράσινους του πάνω ορόφου).

Άρα το σύνολο των χρωματισμένων κύβων στο τέλος της δεύτερης μέρας θα είναι $1+5+(5+6)=17$.

Ερώτηση 21

Στο εσωτερικό ενός τετραγώνου έχουν τοποθετηθεί τέσσερα ίσα μεταξύ τους ορθογώνια παραλληλόγραμμα, όπως στο σχήμα. Η περίμετρος κάθε ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 16 εκ. Πόση είναι η περίμετρος του αρχικού τετραγώνου;



Α) 16 εκ. Β) 20 εκ. Γ) 24 εκ. Δ) 28 εκ. Ε) 32 εκ.

Λύση

Αν οι διαστάσεις του κύβου είναι a και β, τότε ισχύει $2(a+\beta)=16$ εκ.
Όμως απο το σχήμα η περίμετρος του τετραγώνου είναι $4(a+\beta)$. Όμως:
$4(a+\beta)=2\cdot 2(a+\beta)=2\cdot 16=32$ εκ.