# Κεφάλαιο 1 : Πιθανότητες

## 1.1. Πείραμα Τύχης, Δειγματικός Χώρος και Ενδεχόμενα

### Διδακτικοί στόχοι

- Τι σημαίνει αιτιοκρατικό πείραμα και τι πειράματος τύχης
- Τι ορίζεται ως δειγματικός χώρος και τι ως ενδεχόμενο
- Πώς αναπαριστούμε ένα ενδεχόμενο

### Θεωρία και Μεθοδολογία

- **Αιτιοκρατικό πείραμα**

Είναι το πείραμα κατά το οποίο η γνώση των συνθηκών, κάτω από τις οποίες εκτελείται , καθορίζει πλήρως το αποτέλεσμα.

Για παράδειγμα, αν έχουμε ένα δοχείο με αποσταγμένο νερό σε θερμοκρασία 32 βαθμούς Κελσίουκαι το θερμάνουμε μέχρι η θερμοκρασία του να φτάσει τους 100 βαθμούς Κελσίου, τότε τονερό θα βράσει.

- **Πείραμα τύχης**

Είναι το πείραμα στο οποίο δεν μπορούμε εκ των προτέρων να προβλέψουμε το αποτέλεσμα, μολονότι επαναλαμβάνεται (φαινομενικά τουλάχιστον) κάτω από τις ίδιες συνθήκες.Για παράδειγμα, ο χρόνος ζωής μιας λάμπας ή το πόσα e-mailsδέχεται ένας εργαζόμενος, κατά τη διάρκεια της εργάσιμης ημέρας του.

Με τα πειράματα τύχης ασχολείται η Θεωρία Πιθανοτήτων.

Κάποια παραδείγμα πειραμάτων τύχης είναι τα εξής: το στρίψιμο ενός κέρματος, η ρίψη ενός ζαριού, το παιχνίδι «πέτρα, ψαλίδι, χαρτί» ή το τάβλι.

- **Δυνατά αποτέλεσματα ή δυνατές περιπτώσεις** ενός πειράματος τύχης είναι όλα τα αποτελέσματα που μπορούν να εμφανιστούν στο πείραμα .

  Για παράδειγμα, κατά τη ρίψη ενός ζαριού, η εμφάνιση του αριθμού «2» είναι ένα δυνατό αποτέλεσμα.

- **Δειγματικός χώρος** ενός πειράματος τύχης είναι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος και συμβολίζεται με Ω.

  Αν $ω_1$, $ω_2$,…,$ω_κ$ είναι τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης,τότε ο δειγματικός χώρος του πειράματος θα είναι το σύνολο: Ω = {$ω_1$, $ω_2$,…, $ω_κ$}.

  Πιο απλά, ο δειγματικός χώρος στη ρίψη ενός ζαριού είναι Ω = {1,2,3,4,5,6}.

  Ο δειγματικός χώρος στη ρίψη ενός κέρματος είναι Ω = { Κ , Γ }, όπου:

  Κ = «κεφαλή» και Γ = «γράμματα» .

- **Ενδεχόμενο** ενός πειράματος τύχης είναι το σύνολο που έχει ως στοιχεία τουλάχιστον ένα αποτέλεσμα του πειράματος.

**Εφαρμογή 1**: Ρίχνουμε ένα ζάρι.

Το σύνολο Α = { 4, 5 } ονομάζεται ενδεχόμενο , καθώς περίεχει στοιχεία που είναι αποτελέσματα της ρίψης του ζαριού. Μπορείτε να σκεφτείτε και εσείς και άλλα ενδεχόμενα του πειράματος της ρίψης ζαριού;

**Απλό ενδεχόμενο**

Είναι το ενδεχόμενο περιέχει μόνο ένα στοιχείο.

**Σύνθετο ενδεχόμενο**

Είναι το ενδεχόμενο που περιέχει περισσότερα από ένα στοιχεία.

Έτσι, το ενδεχόμενο Β = { 1 } λέγεται απλό ενδεχόμενο, ενώ το Α = { 4, 5 } λέγεται σύνθετο ενδεχόμενο.

**Εφαρμογή 2:** Δύο παίκτες παίζουν το παιχνίδι «πέτρα, ψαλίδι, χαρτί».

Ένα δυνατό αποτέλεσμα είναι το (πέτρα, χαρτί), όπου ο πρώτος παίκτης επιλέγει «πέτρα» και οδεύτερος «χαρτί».

Τότε ο δειγματικός χώρος είναι:

Ω = { (πέτρα,χαρτί),(χαρτί,πέτρα),(πέτρα,ψαλίδι),(ψαλίδι,πέτρα),(χαρτί,ψαλίδι),(ψαλίδι,χαρτί)}

Αν το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης είναι το ω, τότε όλα τα ενδεχόμενα που περιέχουν το ω λέμε ότι πραγματοποιούνται, ενώ τα ενδεχόμενα που δεν περιέχουν το ω λέμε ότι δεν πραγματοποιούνται.

**Εφαρμογή 3:** Ρίχνω ένα ζάρι. Κάποιαενδεχόμενα είναι τα παρακάτω Α, Β και Γ:

Α: «Έρχεται άρτιος αριθμός»,

Β: «Έρχεται αριθμός μικρότερος του 5»,

Γ: «Έρχεται 1».

Κάθε ενδεχόμενο αντιστοιχεί σε ένα σύνολο στοιχείων του διανυσματικού χώρου:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Τα παραπάνω ενδεχόμενα γράφονται :

$$A=\{2, 4, 6\},\ B=\{1, 2, 3, 4\} \text{ και } \Gamma=\{1\}.$$

Αν γίνει μία ρίψη του ζαριού και το αποτέλεσμα είναι 3, τότε λέμε ότι το Β πραγματοποιείται γιατί περιέχει το 3, ενώ τα Α και Γ δεν πραγματοποιούνται, γιατί δενπεριέχουν το 3.

Το 3 είναι ένα ευνοϊκό αποτέλεσμα για το Β.

Άλλα ευνοϊκά αποτελέσματα για το Β είναι τα 1, 2 και 4.

Αντίστοιχα, ευνοϊκά αποτελέσματα για το Αείναι τα 2, 4 και 6, ενώ για το Γ είναι μόνο το 1.

Ένα ενδεχόμενο λέμε ότι **πραγματοποιείται ή συμβαίνει** , όταν το αποτέλεσμα του πειράματος σε μια συγκεκριμένη εκτέλεσή του είναι στοιχείο του ενδεχομένου.

**Σημείωση :**

**Βέβαιο ενδεχόμενο**

Ο ίδιος ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης θεωρείται ότι είναι ενδεχόμενο, το οποίο πραγματοποιείται πάντοτε. Γι’αυτο, λέμε ότι το Ω είναι βέβαιο ενδεχόμενο.

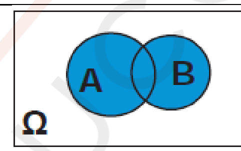
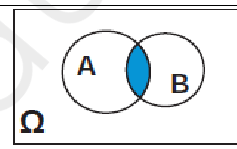
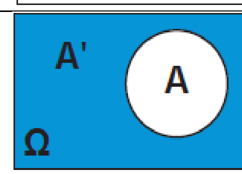
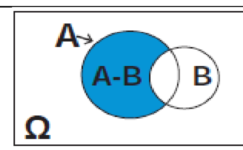
## Αδύνατο ενδεχόμενο

Δεχόμαστε,ακόμα, ως ενδεχόμενο και το κενό σύνολο $\emptyset$ , το οποίο δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος τύχης. Γι' αυτό λέμε ότι το $\emptyset$ είναι το αδύνατο ενδεχόμενο.

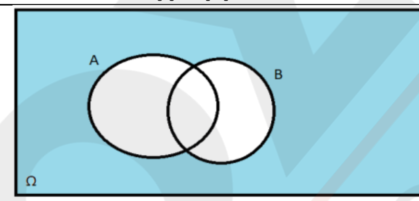
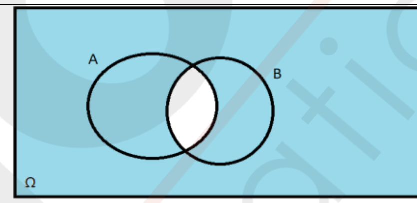
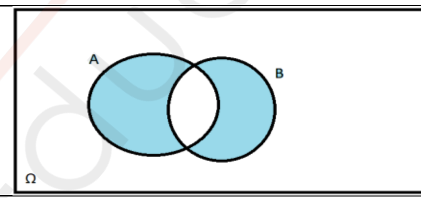
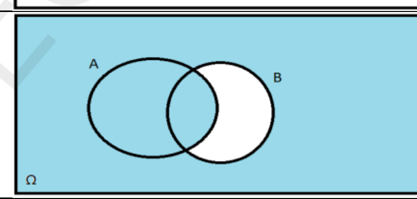
Το **πλήθος των στοιχείων** ενός ενδεχομένου Α θα το συμβολίζουμε με Ν (Α).

Επομένως, αν $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ και $A = \{2, 4, 6\}$ έχουμε $N(A) = 3$, $N(\Omega) = 6$ και $N(\emptyset) = 0$.

### Συνοπτικά οι τρόποι αποτύπωσης των ενδεχομένων

| Ενδεχόμενο | Πως διαβάζεται | Πότε πραγματοποιείται | Διάγραμμα Venn |
|---|---|---|---|
| $A \cup B$ | «Α ένωση Β»<br>Ή<br>«Α ή Β» | Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α και Β |  |
| $A \cap B$ | «Α τομή Β»<br>Ή<br>«Α και Β» | Πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β |  |
| $A'$ | «όχι Α»<br>Ή<br>«συμπληρωματικό του Α» ή «αντίθετο του Α» | Δεν πραγματοποιείται το Α |  |
| $A - B$ | «Διαφορά του Β από το Α» | Πραγματοποιείται το Α και δεν πραγματοποιείται το Β<br>Ή πραγματοποιείται μόνο το Α |  |

Ας δούμε και μερικές ακόμα περιπτώσεις ενδεχομένων:

| Ενδεχόμενο | Πότε πραγματοποιείται | Διάγραμμα Venn |
|---|---|---|
| (A ∪ B)′ = A′ ∩ B′ | Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β |  |
| (A ∩ B)′ = A′∪ B′ | Τουλάχιστον ένα από τα Α και Β δεν πραγματοποιείται<br>Ή<br>Πραγματοποιείται ένα το πολύ από τα Α και Β<br>Ή<br>Δεν πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β |  |
| (A – B) ∪ (B – A) =<br>(A ∩ B′) ∪ (B ∩ A′) =<br>(A∪B) - (A ∩ B) | Πραγματοποιείται μόνο ένα από τα Α και Β |  |
| A ∪ B′ = (B–A)′ | Πραγματοποιείται το Α ή δεν πραγματοποιείται το Β |  |

Αξιοποιώντας το παραπάνω παράδειγμα , όπου Α={2, 4, 6}, Β={1, 2, 3, 4} και Γ={1}, τότε γίνεται αντιληπτό ότι:

$$A \cap B = \{ 2, 4 \} , A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 6 \} , A' = \{ 1, 3, 5 \} , A - B = \{ 6 \} .$$

Με απλά λόγια:

- $A \cap B$ = τα κοινά στοιχεία των δύο συνόλων
- $A \cup B$ = κοινά και μη κοινά στοιχεία των δύο συνόλων
- $A'$ = τα υπόλοιπα στοιχεία που υπολείπονται από το Α, για να φτιάξει το διανυσματικό χώρο Ω .
- $A - B$ = αφαιρώ από τα στοιχεία του Α **μόνο** τα κοινά στοιχεία που έχει με το Β.

Έτσι, το $A - B$ γράφεται και ως $A \cap B'$ .

Παρατηρώντας τα σύνολα, βλεπουμε ότι το σύνολο Α και το σύνολο Γ δεν έχουν κοινά στοιχεία.

### Ασυμβίβαστα ή ξένα ενδεχόμενα

Δύο ενδεχόμενο Α και Β λέγονται **ασυμβίβαστα** ή **ξένα** , όταν $A \cap B = \emptyset$ , δηλαδή όταν δεν έχουν κανένα κοινό στοιχείο.

## Λυμένες Ασκήσεις

**Άσκηση 1 :**

Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις διαδοχικές φορές.

i) Να γραφτεί ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος.

ii) Να παρασταθούν με αναγραφή τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται απότην αντίστοιχη ιδιότητα:

$\mathrm{A}_1$: "Ο αριθμός των Κ υπερβαίνει τον αριθμό των Γ"

$\mathrm{A}_2$: "Ο αριθμός των Κ είναι ακριβώς 2"

$\mathrm{A}_3$: "Ο αριθμός των Κ είναι τουλάχιστον 2"

$\mathrm{A}_4$: "Ίδια όψη και στις τρεις ρίψεις"

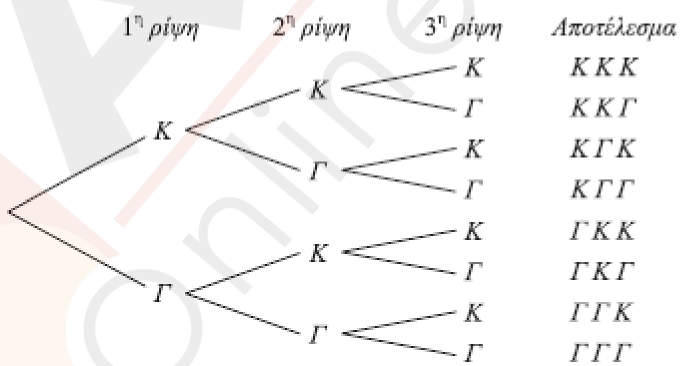
$\mathrm{A}_5$: "Στην πρώτη ρίψη φέρνουμε Κ"

iii) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα: $\mathrm{A}_3{}'$ , $\mathrm{A}_5 \cap \mathrm{A}_2$ , $\mathrm{A}_5 \cup \mathrm{A}_4$ .

**Λύση :**

i)Έστω Κ η περίπτωση να έρθει κεφαλή και Γ να έρθει γράμματα.

Για να προσδιορίσουμε το δειγματικό χώρο, θα χρησιμοποιήσουμε ένα δεντροδιάγραμμα:




Άρα, ο δειγματικός χώρος του πειράματος αποτελείται από διατεταγμένες τριάδες με στοιχεία το Κ και το Γ .

Άρα, Ω ={ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΚΓΓ, ΓΚΚ, ΓΚΓ, ΓΓΚ, ΓΓΓ}.

ii)

$A_1$={ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, }.

$A_2$={ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΓΚΚ }.

$A_3$={ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΓΚΚ }. Δηλαδή, $A_3 = A_1$

$A_4$={ΚΚΚ, ΓΓΓ}.

$A_5$={ΚΚΚ, ΚΓΓ,ΚΓΚ, ΚΚΓ }

iii) Το $A_3'$ περιέχει εκείνα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου που δεν περιέχει το $A_3$, περιέχει δηλαδή τα στοιχεία στα οποία ο αριθμός των Κ είναι μικρότερος από 2.

Επομένως, $A_3'$={ΚΓΓ, ΓΚΓ, ΓΓΚ, ΓΓΓ }.

Το ενδεχόμενο $A_5 \cap A_2$ περιέχει τα κοινά στοιχεία των $A_5$ και $A_2$, δηλαδή ταστοιχεία με δύο ακριβώς Κ, εκ των οποίων το ένα στην πρώτη θέση.

Επομένως,$A_5 \cap A_2$={ΚΚΓ, ΚΓΚ}.

Το ενδεχόμενο $A_5 \cup A_4$ περιέχει τα στοιχεία που στην πρώτη θέση έχουν Κ ή ταστοιχεία που έχουν ίδιες και τις τρεις ενδείξεις.

Επομένως,$A_5 \cup A_4$={ΚΚΓ, ΚΓΚ,ΚΚΓ, ΚΚΚ, ΓΓΓ }.

**Άσκηση 2 :**

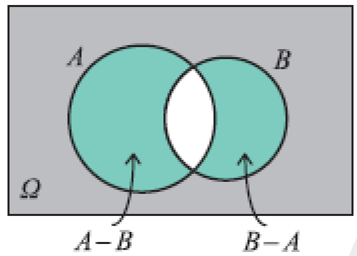
Δίνονται δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός πειράματος με δειγματικό χώρο Ω.

Να παρασταθούν με **διαγράμματα Venn** και να εκφραστούν με τη βοήθεια συνόλων τα ενδεχόμενα που ορίζονται με τις ακόλουθες εκφράσεις:

i) Πραγματοποιείται μόνο ένα από τα Α και Β.

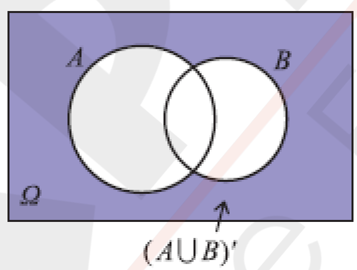
ii) Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β.

**Λύση :**




i) Επειδή θέλουμε να πραγματοποιείται μόνο το Α ήμόνο το Β, γραμμοσκιάζουμε τις επιφάνειες των Α καιΒ με εξαίρεση την τομή τους, δηλαδή την κοινή επιφάνειά τους.

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση αυτή πραγματοποιείται ένα μόνο από τα Α –Β και Β–Α. Άρα, τοζητούμενο ενδεχόμενο είναι το (Α-Β)∪ (Β-Α) ή αλλιώς το (Α∩Β’)∪ (Α’∩Β).




ii)

Επειδή θέλουμε να μην πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β, γραμμοσκιάζουμε την επιφάνεια του Ω που είναι εκτός της ένωσης των Α καιΒ. Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι το ζητούμενο σύνολο είναι συμπληρωματικό του Α ∪ Β,δηλαδή το (Α ∪ Β)’ .

## Ασκήσεις για Διδασκαλία

**Άσκηση 1 :**

Έστω Ω = { 0, 1, 2, 3, 4, } ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και τα σύνολα

Α = { xϵ Ω : x>2 } και Β = { xϵ Ω : x είναι περιττός αριθμός }.

Να προσδιοριστούν τα ενδεχόμενα:

a) Πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β
b) Πραγματοποιείται μόνο το Α ή μόνο το Β
c) Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α και Β
d) Δεν πραγματοποιείται το Β και πραγματοποιείται το Α
e) Δεν πραγματοποιείται το Α και πραγματοποιείται το Β
f) Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β
g) Πραγματοποιείται ένα πολύ από τα Α και Β
h) Πραγματοποιείται το Α ή δεν πραγματοποιείται το Β

**Άσκηση 2 :**

Επιλέγω τυχαία μια οικογένεια με 2 παιδιά και κατατάσσω τα παιδιά ως προς τη σειρά γέννησης και το φύλο.

a) Να κάνετε το δενδροδιάγραμμα και να γραφτεί ο δειγματικός χώρος.
b) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα:

Α = ‘’Τουλάχιστον 1 είναι αγόρια’’

Β = ‘’Το 2ο παιδί είναι κορίτσι’’

Γ = ‘’Το πολύ ένα είναι αγόρι’’

Να βρείτε τα ενδεχόμενα : Α ∪ Β , Α ∪Γ , Β∩Γ .

**Άσκηση 3 :**

Στην τάξη της Γ' Λυκείου κάποιοι μαθητές παίζουν τέννις και κάποιοι παίζουν μπάσκετ.

Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Να γράψετε το ενδεχόμενο, ο μαθητής που επιλέχθηκε:

i. Να παίζει τέννις ή μπάσκετ
ii. Να παίζει τέννις αλλά να μην παίζει μπάσκετ
iii. Να παίζει και τα δύο αθλήματα
iv. Να παίζει ένα το πολύ από τα δύο αθλήματα
v. Να παίζει μπάσκετ ή να μην παίζει τέννις

**Άσκηση 4 :**

i. Τι ονομάζουμε αιτιοκρατικό και τι πείραμα τύχης
ii. Προσδιορίστε το δειγματικό χώρο των φύλλων ενός χρώματος της τράπουλας
iii. Πότε ένα ενδεχόμενο ονομάζεται απλό και πότε σύνθετο
iv. Πότε ένα ενδεχόμενο ονομάζεται βέβαιο και πότε αδύνατο
v. Πότε δύο ενδεχόμενα ονομάζονται ξένα μεταξύ τους

**Άσκηση 5 :**

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα Α και Β είναι ασυμβίβαστα:

i) Ρίχνουμε ένα ζάρι. Α είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε 3 και Β είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε άρτιο αριθμό.

ii) Επιλέγουμε ένα άτομο. Α είναι το ενδεχόμενο να έχει γεννηθεί στην Ελλάδα και Β το ενδεχόμενο να είναι καθολικός.

iii) Επιλέγουμε μια γυναίκα. Α είναι το ενδεχόμενο να έχει ηλικία άνω των 30 και Β το ενδεχόμενο να είναι παντρεμένη πάνω από 30 χρόνια.

iv) Επιλέγουμε κάποιον με ένα αυτοκίνητο. Α είναι το ενδεχόμενο το αυτοκίνητό του να είναι ευρωπαϊκό και Β το ενδεχόμενο να είναι ασιατικό.

**Άσκηση 6 :**

Αποδώστε σε διάγραμμα Venn , τα εξής σύνολα:

a) $A \cap B$
b) $A \cup B$
c) $A \cup \emptyset$
d) $A \cap \emptyset$
e) $A \cap B'$
f) $A' \cup B$
g) $A \cap \Omega$

**Άσκηση 7 :**

Εάν Α, Β, Γ τρία ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, να διατυπώσετε λεκτικά τα παρακάτω ενδεχόμενα:

a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A \cap B'$
d) $A' \cup B$
e) $A'$
f) $(A \cup B)'$
g) $(A-B) \cup (B-A)$

**Άσκηση 8 :**

Έστω Ω δ.χ. ενός πειράματος τύχης, Α,Β δύο ενδεχόμενα και ωε Ω . Να κάνετε την αντιστοίχιση.

| Στήλη Α | Στήλη Β |
|---|---|
| Α. Πραγματοποιείται μόνο το Β | 1. ωε (Β-Α) |
| Β. Πραγματοποιείται το Α και το Β | 2. ωε (Α ∪Β)’ |
| Γ. Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α και Β | 3. ωε Α’ |
| Δ. Πραγματοποιείται ένα μόνο από τα Α και Β | 4. ωε (Α ∩ Β) |
| Ε. Πραγματοποείται το Α ή το Β | 5. ωε (Α ∪Β) |
| | 6. ωε (Α ∩ Β’) ∪(Α’ ∩ Β) |

**Άσκηση 9 :**

Στο σύλογο καθηγητών ενός Γυμνασίου κάποιοι καθηγητές είναι μαθηματικοί.

Επιλέγουμε τυχαία έναν καθηγητή . Να παραστήσετε σε διάγραμμα Vennκαι να γράψετε το ενδεχόμενο ο καθηγητής που επιλέχθηκε να είναι:

a) Άνδρας και μαθηματικός
b) Γυναίκα ή μαθηματικός
c) Άνδρας και όχι μαθηματικός
d) Γυναίκα και μαθηματικός

**Άσκηση 10 :**

Μια μηχανή παράγει ένα συγκεκριμένο είδος κινητού. Ελέγχουμε τα κινητά και τα διακρίνουμε σε Κ , αν είναι καλά και σε Ε , αν είναι ελαττωματικά.

Ο έλεγχος σταματάει όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά ή 3 καλά.

Α) Με χρήση του δενδροδιαγράμματος να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος

Β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα Α και Β , όπου:

Α : «Έχουμε ένα, το πολύ ελαττωματικό»

Β : «Έχουμε δύο, τουλάχιστον καλά»

## Ασκήσεις για Μελέτη

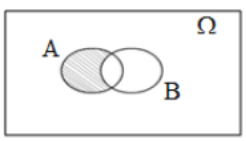
**Άσκηση 1 :**

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

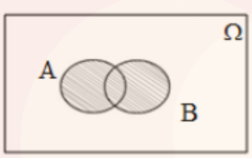
i. Το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων σε ένα πείραμα τύχης λέγεται (.....) (.....) του πειράματος τύχης.
ii. Ένα ενδεχόμενο λέγεται (....) όταν έχει περισσότερα από ένα στοιχεία.
iii. Ο δειγματικός χώρος Ω λέγεται (....) ενδεχόμενο.
iv. Το κενό σύνολο λέγεται (...) ενδεχόμενο.
v. Αν η τομή δύο συνόλων ισούται με το κενό σύνολο, τότε τα ενδεχόμενα λέγονται (...).

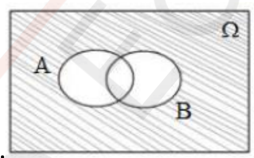
**Άσκηση 2 :**

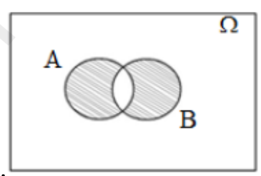
Διατυπώστε με τη μαθηματική μορφή τα σύνολα των παρακάτω διαγραμμάτων Venn:

Α. 


Β. 


Γ. 


Δ. 


Ε. 

**Άσκηση 3 :**

Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Να αναγράψετε τα εξής ενδεχόμενα:

a) Να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο Α.
b) Να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο Β.
c) Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα Α και Β.
d) Να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα Α και Β.

**Άηκηση 4 :**

Σε μια πόλη κάποιοι κάτοικοι δεν έχουν αυτοκίνητο, κάποιοι δεν έχουν μηχανάκι και κάποιοι έχουν μόνο αυτοκίνητο. Επιλέγουμε τυχαία ένα κάτοικο. Να γράψετε τα ενδεχόμενα:
α) Να έχει αυτοκίνητο και μηχανάκι.
β) Να έχει αυτοκίνητο ή μηχανάκι.
γ) Να μην έχει ούτε αυτοκίνητο ούτε μηχανάκι.
δ) Να έχει μόνο μηχανάκι.
ε) Να έχει ή αυτοκίνητο ή μηχανάκι.

**Άσκηση 5 :**

Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα και στοιχεία του είναι οι θετικοί διαιρέτες του 48. Το ενδεχόμενο Α του δειγματικού χώρου Ω αποτελείται από στοιχεία που διαιρούνται με το 4 , ενώ το ενδεχόμενο Β του δ.χ. Ω αποτελείται από στοιχεία μεγαλύτερα του 6 , που διαιρούνται ταυτόχρονα από τους αριθμούς 2 και 3 .

Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους το δ.χ. Ω καθώς επίσης και τα ενδεχόμενα Α και Β.

**Άσκηση 6 :**

Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω. Να γράψετε το ενδεχόμενο Α ως ένωση τριών ξένων μεταξύ τους ενδεχομένων.

**Άσκηση 7 :**

Δύο παίκτες θα παίξουν σκάκι και συμφωνούν νικητής να είναι εκείνος που πρώτος θα κερδίσει δύο παιχνίδια. Αν α είναι το αποτέλεσμα να κερδίσει ο πρώτος παίκτης ένα παιχνίδι και β είναι το αποτέλεσμα να κερδίσει ο δεύτερος παίκτης ένα παιχνίδι, να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.