

2.2 Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

Διδακτικοί στόχοι

- Τι σημαίνει συχνότητα και τι σχετική συχνότητα
- Πώς παρουσιάζονται γραφικά τα ποιοτικά και ποσοτικά διακριτά δεδομένα
- Πώς παρουσιάζονται γραφικά τα ποσοτικά συνεχή δεδομένα

Θεωρία και Μεθοδολογία

➤ Συχνότητα v_i

Έστω X μια μεταβλητή με τιμές $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$. Συχνότητα v_i μιας τιμής x_i λέγεται ο φυσικός αριθμός που εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή αυτή στο σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος. Είναι φανερό ότι το άθροισμά των συχνοτήτων μας δίνει το μέγεθος n του δείγματος. Δηλαδή: $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_k = n$

➤ Σχετική συχνότητα f_i

Η σχετική συχνότητα f_i μιας τιμής x_i ορίζεται ως ο λόγος της αντίστοιχης συχνότητας v_i προς το μέγεθος n του δείγματος. Δηλαδή: $f_i = \frac{v_i}{n}$, για $i = 1, 2, 3, \dots, k$

Η σχετική συχνότητα μπορεί να εκφραστεί και ως **ποσοστό** $f_i\%$.

➤ Πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

Είναι ο πίνακας όπου καταγράφουμε τη συχνότητα v_i , καθώς και τη σχετική συχνότητα.

Μπορούμε να συμπεριλάβουμε και τη σχετική συχνότητα ως ποσοστό.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Εφαρμογή 1:

Μια εταιρεία αθλητικών ειδών αποφάσισε να κάνει μια έρευνα πριν επενδύσει σε αθλητικά είδη που προτιμούν οι μαθητές. Για τον λόγο αυτό επέλεξε, με τυχαίο τρόπο, δείγμα 300 μαθητών απ’ όλη την Ελλάδα. Ο υπεύθυνος που έκανε την έρευνα, μετά την επεξεργασία των στοιχείων που συγκέντρωσε, παρουσίασε τον παρακάτω πίνακα.

Άθλημα	Πλήθος μαθητών	Ποσοστό
Βόλεϊ	48	16%
Μπάσκετ	93	31%
Ποδόσφαιρο	108	36%
Άλλο	51	17%
Σύνολο	300	100%

Σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς, ο πίνακας του παραδείγματος με μεταβλητή «το άθλημα που προτιμούν οι μαθητές» μετατρέπεται σε πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

Άθλημα x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$
Βόλεϊ	48	0,16	16
Μπάσκετ	93	0,31	31
Ποδόσφαιρο	108	0,36	36
Άλλο	51	0,17	17
Σύνολο	300	1,00	100

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Γραφική αναπαράσταση ποιοτικών και ποσοτικών διακριτών δεδομένων

➤ Ραβδόγραμμα συχνοτήτων

Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες, μια για κάθε τιμή της μεταβλητής, όπου το ύψος της κάθε στήλης είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα. Αν αντί για τις συχνότητες έχουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε λέγεται **ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.



➤ Κυκλικό διάγραμμα

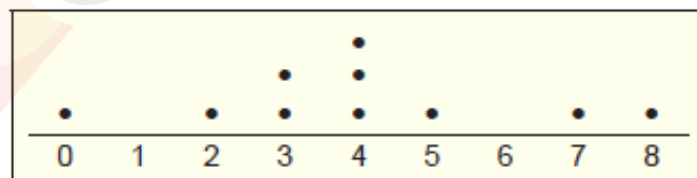
Χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση δεδομένων, κυρίως όταν αυτά παίρνουν λίγες τιμές. Η γωνία του κάθε κυκλικού τομέα, είναι ανάλογη της αντίστοιχης σχετικής συχνότητας. Δηλαδή:

$$\alpha_i = 360^\circ * f_i, \text{ για } i = 1, 2, 3, \dots, \kappa$$



➤ Σημειόγραμμα

Χρησιμοποιείται όταν έχουμε λίγες παρατηρήσεις. Οι τιμές παριστάνονται με σημεία υπεράνω ενός άξονα.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

➤ **Χρονόγραμμα**

Χρησιμοποιείται για την γραφική απεικόνιση της εξέλιξης σε σχέση με το χρόνο ενός μεγέθους, συνήθως οικονομικού ή δημογραφικού.



Γραφική αναπαράσταση ποσοτικών συνεχών δεδομένων

➤ **Ομαδοποίηση σε κλάσεις**

Χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση, στη περίπτωση που έχουμε ποσοτικά συνεχή δεδομένα με πολλές διαφορετικές τιμές, **συνήθως ίσου πλάτους**.

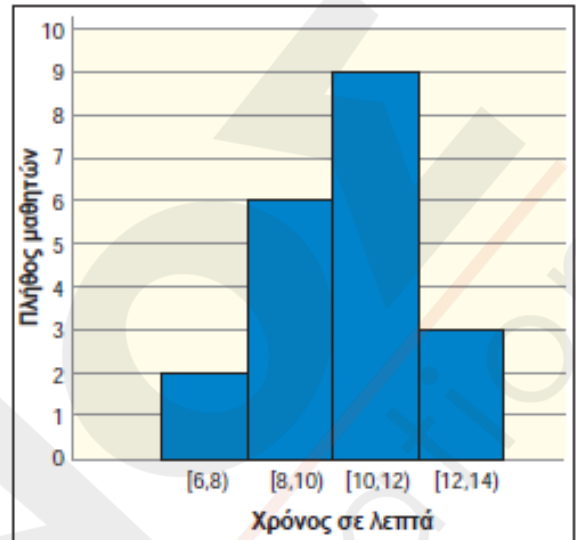
Παράδειγμα ομαδοποίησης σε κλάσεις:

Χρόνος σε λεπτά των μαθητών	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$
[6,8)	2	0,10	10
[8,10)	6	0,30	30
[10,12)	9	0,45	45
[12,14)	3	0,15	15
Σύνολο	20	1,00	100

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

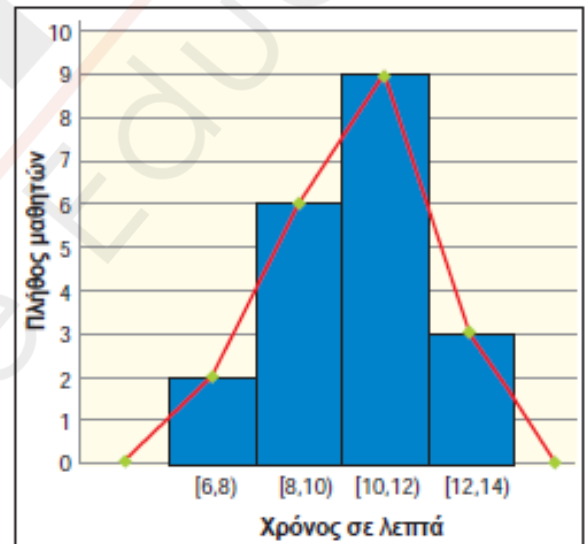
➤ **Ιστόγραμμα σχετιών**

Χρησιμοποιείται για την γραφική παρουσίαση ομαδοποιημένων στατιστικών δεδομένων. Αν αντί για τις συχνότητες έχουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε λέγεται **ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.



➤ **Πολύγωνο σχετιών**

Αν θεωρήσουμε δυο επιπλέον κλάσεις ίσου πλάτους, μια στην αρχή και μια στο τέλος, με συχνότητα 0 και ενώσουμε τα μέσα των άνω βάσεων, τότε προκύπτει το λεγόμενο **πολύγωνο σχετιών**. Αν αντί για τις συχνότητες έχουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε λέγεται **πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων**.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Μεθοδολογία για κλάσεις

Τα άκρα των κλάσεων καλούνται **όρια των κλάσεων**. Συνήθως υιοθετούμε την περίπτωση που μια κλάση περιέχει το κάτω άκρο της (κλειστή αριστερά) αλλά όχι το άνω άκρο της (ανοικτή δεξιά), δηλαδή που οι κλάσεις είναι της μορφής $[,)$. Οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης θεωρούνται όμοιες, οπότε μπορούν να “αντιπροσωπευθούν” από τις κεντρικές τιμές, τα κέντρα δηλαδή κάθε κλάσης.

- Το πρώτο βήμα στην ομαδοποίηση των δεδομένων είναι η εκλογή του αριθμού **κ πλήθους** των ομάδων ή κλάσεων. Ο αριθμός αυτός συνήθως ορίζεται. Γενικά όμως μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως οδηγός ο παρακάτω πίνακας:

Μέγεθος δείγματος n	Αριθμός κλάσεων k	Μέγεθος δείγματος n	Αριθμός κλάσεων k
< 20	5	200 – 400	9
20 – 50	6	400 – 700	10
50 – 100	7	700 – 1000	11
100 – 200	8	≥ 1000	12

- Το δεύτερο βήμα είναι ο προσδιορισμός του **πλάτους των κλάσεων**. Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατωτέρου από το ανώτερο όριστης κλάσης. Στην πλειονότητα των πρακτικών εφαρμογών οι κλάσεις έχουν το ίδιο πλάτος. Φυσικά υπάρχουν και περιπτώσεις όπου επιβάλλεται οι κλάσεις να έχουν άνισο πλάτος, όπως, για παράδειγμα, στις κατανομές εισοδήματος, ημερών απεργίας κτλ.

Για να κατασκευάσουμε **ισοπλατείς κλάσεις**, χρησιμοποιούμε το εύρος R του δείγματος, δηλαδή τη διαφορά της μικρότερης παρατήρησης από τη μεγαλύτερη παρατήρηση του συνολικού δείγματος. Τότε υπολογίζουμε το πλάτος c των κλάσεων διαιρώντας το εύρος R διά του αριθμού των κλάσεων k , στρογγυλεύοντας, αν χρειαστεί για λόγους διευκόλυνσης, πάντα προς τα πάνω.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

- Το επόμενο βήμα είναι η κατασκευή των κλάσεων. Ξεκινώντας από την μικρότερη παρατήρηση, ή για πρακτικούς λόγους λίγο πιο κάτω από την μικρότερη παρατήρηση, και προσθέτοντας κάθε φορά το πλάτος c δημιουργούμε τις k κλάσεις. Αυτονόητο είναι ότι η μεγαλύτερη τιμή του δείγματος θα πρέπει να ανήκει οπωσδήποτε στην τελευταία κλάση.
- Τέλος, γίνεται η διαλογή των παρατηρήσεων. Το πλήθος των παρατηρήσεων n_i που προκύπτουν από τη διαλογή για την κλάση i καλείται **συχνότητα της κλάσης** αυτής ή **συχνότητα της κεντρικής τιμής** x_i , $i=1, 2, \dots, k$.

Εφαρμογή 2 :

Το ύψος (σε cm) των μαθητών της Γ' Λυκείου, όπως έχει καταγραφεί στον πίνακα 4. Σε αγκύλες έχουμε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή.

170	180	178	165	170	168	175	175	173	162
160	170	167	177	180	170	182	178	165	178
[156]	175	172	173	167	187	170	180	178	[191]
176	169	167	166	179	178	180	164	170	173

Παρατηρούμε ότι το εύρος του δείγματος είναι $R = 191 - 156 = 35$. Επειδή έχουμε $n = 40$ παρατηρήσεις, χρησιμοποιούμε $k = 6$ κλάσεις. Το πλάτος των κλάσεων είναι ίσο με:

$$c = \frac{R}{k} = \frac{35}{6} = 5,83 \approx 6$$

Αν θεωρήσουμε ως αρχή της πρώτης κλάσης το 156, θα έχουμε:

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχν. n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$
156-162	159	2	5,0
162-168	165	8	20,0
168-174	171	12	30,0
174-180	177	11	27,5
180-186	183	5	12,5
186-192	189	2	5,0
	Σύνολο	40	100

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Συνοπτικά:

Ποιοτικά και ποσοτικά διακριτά δεδομένα		Ποσοτικά συνεχή δεδομένα	
Ραβδόγραμμα συχνοτήτων	Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες, μια για κάθε τιμή της μεταβλητής, όπου το ύψος της κάθε στήλης είναι ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα	Ιστόγραμμα συχνοτήτων	Χρησιμοποιείται για την γραφική παρουσίαση ομαδοποιημένων στατιστικών δεδομένων. Αν αντί για τις συχνότητες έχουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε λέγεται ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
Κυκλικό διάγραμμα	Χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση δεδομένων, κυρίως όταν αυτά παίρνουν λίγες τιμές. Η γωνία του κάθε κυκλικού τομέα, είναι ανάλογη της αντίστοιχης σχετικής συχνότητας.		
Σημειόγραμμα	Χρησιμοποιείται όταν έχουμε λίγες παρατηρήσεις. Οι τιμές παριστάνονται με σημεία υπεράνω ενός άξονα.	Πολύγωνο συχνοτήτων	Αν θεωρήσουμε δυο επιπλέον κλάσεις ίσου πλάτους, μια στην αρχή και μια στο τέλος, με συχνότητα 0 και ενώσουμε τα μέσα των άνω βάσεων, τότε προκύπτει το λεγόμενο πολύγωνο συχνοτήτων. Αν αντί για τις συχνότητες έχουμε τις σχετικές συχνότητες, τότε λέγεται πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.
Χρονόγραμμα	Χρησιμοποιείται για την γραφική απεικόνιση της εξέλιξης σε σχέση με το χρόνο ενός μεγέθους, συνήθως οικονομικού ή δημογραφικού.		

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 1 :

Σε μια δημοσκόπηση που έγινε για τις δημοτικές εκλογές, 280 άτομα απάντησαν ότι προτιμούν τον υποψήφιο «Α», 320 άτομα τον υποψήφιο «Β» και 200 άτομα τον υποψήφιο «Γ».

- 1) Ποιο ήταν το μέγεθος του δείγματος;
- 2) Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- 3) Να παραστήσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα αλλά και με κυκλικό διάγραμμα.

Λύση :

1) Το πλήθος αυτών που απάντησαν είναι: $v = 280 + 320 + 200 = 800$

Επομένως το μέγεθος του δείγματος είναι 800 άτομα.

2) Οι συχνότητες είναι: $v_1 = 280$, $v_2 = 320$ και $v_3 = 200$. Οι σχετικές συχνότητες είναι:

- $f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{280}{800} = 0,35$
- $f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{320}{800} = 0,40$
- $f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{200}{800} = 0,25$

Ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων είναι:

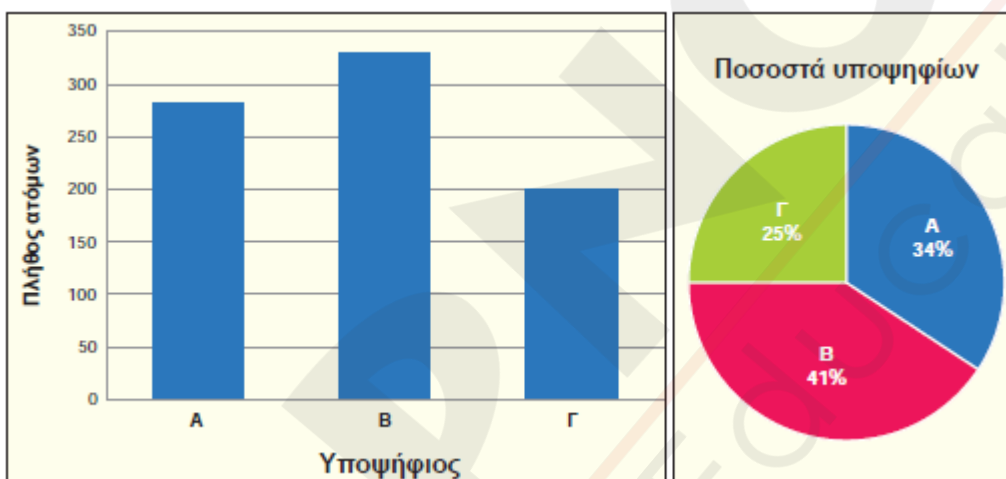
Υποψήφιος δήμαρχος	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$
Υποψήφιος «Α»	280	0,35	35
Υποψήφιος «Β»	320	0,40	40
Υποψήφιος «Γ»	200	0,25	25
Σύνολο	800	1,00	100

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3) Για τις γωνίες των κυκλικών τομέων στο κυκλικό διάγραμμα έχουμε:

- $\alpha_1 = 360^\circ \cdot f_1 = 360^\circ \cdot 0,35 = 126^\circ$
- $\alpha_2 = 360^\circ \cdot f_2 = 360^\circ \cdot 0,40 = 144^\circ$
- $\alpha_3 = 360^\circ \cdot f_3 = 360^\circ \cdot 0,25 = 90^\circ$

Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων και το κυκλικό διάγραμμα είναι:



Άσκηση 2 :

Παρακάτω δίνονται οι χρόνοι, στρογγυλοποιημένοι στο δέκατο του δευτερολέπτου, που απαιτήθηκαν για να τρέξουν 50 αθλητές έναν αγώνα δρόμου 400 m.

52,1	55,3	50	56,4	59,1	54,2	56,7	54,4	57,1	53,7
55,2	55,1	58	59,2	56	55,5	52,5	56,5	58,5	55
55,2	57,3	54,3	53,5	57,9	53	55,4	55,6	52,4	54,5
56,4	59,1	54,2	56,7	55,3	52,4	56,4	54,1	54,3	56,7
54,3	51,5	57	53,2	54,9	55,6	52	55,3	55,1	54,7

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

- 1) Ποιο είναι το είδος της μεταβλητής, ποιος ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος χρόνος;
- 2) Τι έχετε να παρατηρήσετε για το πλήθος των τιμών των παρατηρήσεων σε σχέση με το πλήθος των παρατηρήσεων;
- 3) Ξεκινώντας από το μικρότερο χρόνο και με βήμα 2 sec, ποιες κλάσεις της μορφής $[α,β)$ δημιουργούνται στις οποίες περιέχονται όλες οι παρατηρήσεις;
- 4) Να παρουσιαστούν οι παρατηρήσεις, ομαδοποιημένες στις παραπάνω κλάσεις ίσου πλάτους, σε έναν πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- 5) Να παραστήσετε τα δεδομένα με ιστόγραμμα συχνοτήτων και με πολύγωνο συχνοτήτων.

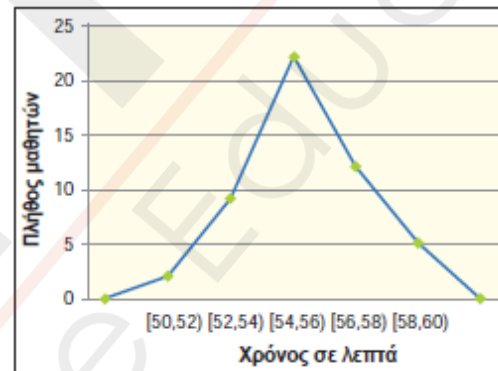
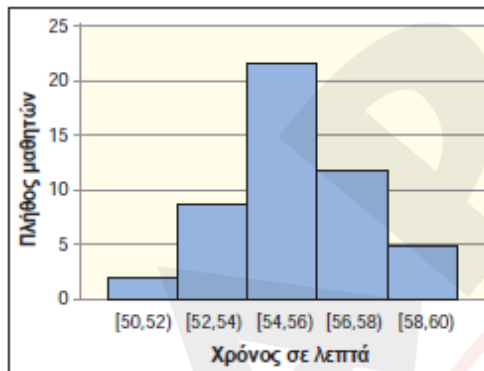
Λύση :

- 1) Η μεταβλητή είναι ποσοτική συνεχής. Ο μικρότερος χρόνος είναι 50 sec και ο μεγαλύτερος 59,2 sec.
- 2) Το πλήθος των τιμών των παρατηρήσεων είναι 37 σε σύνολο 50 παρατηρήσεων. Για να παρουσιαστούν τα δεδομένα, ως έχουν, σε ένα πίνακα συχνοτήτων θα χρειαστούμε 37 γραμμές. Είναι φανερό ότι ένας τέτοιος πίνακας είναι δύσχρηστος και οι πληροφορίες δεν παρουσιάζονται συνοπτικά.
- 3) Οι κλάσεις που δημιουργούνται είναι: $[50, 52)$, $[52, 54)$, $[54, 56)$, $[56, 58)$ και $[58, 60)$
- 4) Μετά τη διαλογή ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων είναι ο παρακάτω:

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κλάσεις με χρόνους σε sec	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$
[50, 52)	2	0,04	4
[52, 54)	9	0,18	18
[54, 56)	22	0,44	44
[56, 58)	12	0,24	24
[58, 60)	5	0,10	10
Σύνολο	50	1,00	100

5) Παρακάτω φαίνονται το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

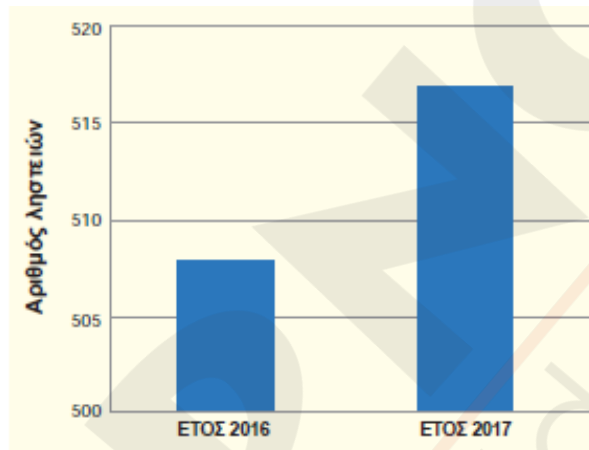


Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 :

Σε ένα τηλεοπτικό κανάλι, ένας δημοσιογράφος σχολίασε τη διπλανή γραφική παράσταση ως εξής: «Η γραφική παράσταση δείχνει ότι σημειώθηκε τεράστια αύξηση του αριθμού των ληστειών το έτος 2017 σε σχέση με το έτος 2016».

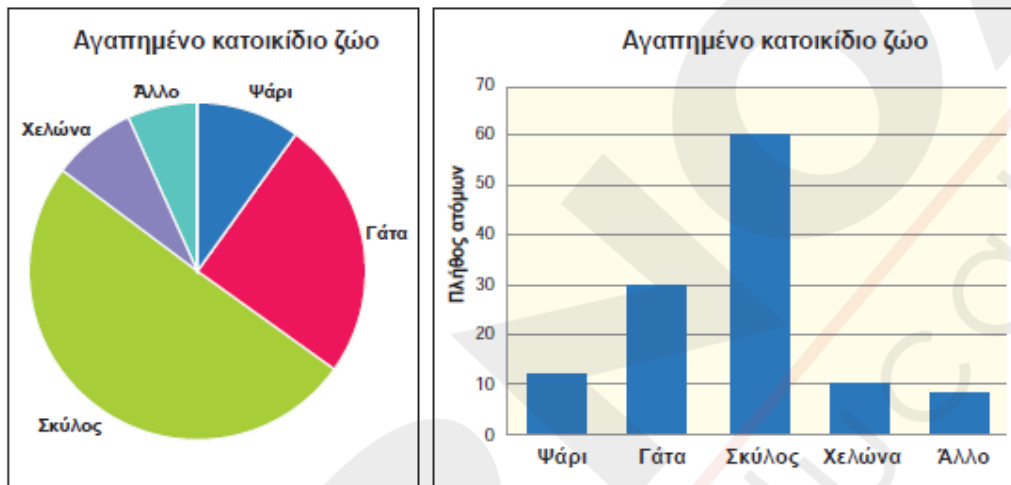


Νομίζετε ότι ο δημοσιογράφος του καναλιού αυτού ερμήνευσε σωστά την γραφική παράσταση; Να γράψετε ένα επιχειρήμα που να τεκμηριώνει την απάντησή σας.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 2 :

Ρωτήθηκαν 120 άτομα για το αγαπημένο τους κατοικίδιο ζώο και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με ένα κυκλικό διάγραμμα και ένα ραβδόγραμμα.



- 1) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το ραβδόγραμμα.
- 2) Να κάνετε μια ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί πιο εύκολα από το κυκλικό διάγραμμα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 3 :

Το επάγγελμα του πατέρα 20 μαθητών καταγράφηκε στον διπλανό πίνακα. Να κάνετε πίνακα σχετικών συχνοτήτων και να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα συχνοτήτων καθώς και το κυκλικό διάγραμμα.

Επάγγελμα πατέρα	Αριθμός ατόμων
Ιδιωτικός υπάλληλος	6
Δημόσιος υπάλληλος	7
Αυτοαπασχολούμενος	5
Άλλο	2

Άσκηση 4 :

Στον διπλανό πίνακα δίνονται τα καθαρά κέρδη μιας εταιρείας, ανά έτος, από το 2014 έως και το 2017. Να κάνετε χρονογράμμα όπου να φαίνεται η εξέλιξη των κερδών σε σχέση με τον χρόνο.

Έτος	Κέρδη σε ευρώ
2014	180.000
2015	270.000
2016	230.000
2017	210.000

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 5 :

Η Στατιστική Υπηρεσία της Πυροσβεστικής μάς έδωσε το διπλανό κυκλικό διάγραμμα, που παρουσιάζει τα ποσοστά των κλήσεων ανά κατηγορία. Εάν το σύνολο των κλήσεων είναι 60.400, να γίνει πίνακας συχνότητας.



Άσκηση 6 :

Δίνεται η ποσοστιαία σύνθεση (%) του προσωπικού μιας επιχείρησης, με αριθμό υπαλλήλων 80 άτομα ως προς το μορφωτικό τους επίπεδο.

Τίτλος Σπουδών	Ποσοστό (%)
Μεταπτυχιακό Δίπλωμα	20
Πτυχίο Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης	50
Απολυτήριο Λυκείου	30

- 1) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνότητων και σχετικών συχνότητων.
- 2) Να απεικονίσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα συχνότητων και με κυκλικό διάγραμμα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 7 :

Οι βαθμοί στην Ιστορία 25 μαθητών, ενός τμήματος της Β΄ τάξης ΓΕΛ, είναι:

16	15	17	16	17
18	17	16	17	18
16	19	17	15	16
17	16	15	17	18
17	14	17	16	19

- 1) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- 2) Να απεικονίσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα συχνοτήτων και με σημειόγραμμα.

Άσκηση 8 :

Οι πιο κάτω αριθμοί παρουσιάζουν τις ενδείξεις της άνω έδρας ενός ζαριού το οποίο ρίξαμε 30 φορές.

2	5	6	1	2	5	4	3	2	5
1	3	5	4	1	3	2	6	5	4
1	2	6	2	4	3	1	6	4	5

- 1) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων.
- 2) Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 9 :

Στον πιο κάτω πίνακα δίνεται η συγκέντρωση (mgr/cm^3) ενός ρύπου στον αέρα 40 πόλεων της χώρας.

16	24	36	47	23	22	43	27	49	48
12	32	17	38	42	27	31	50	38	21
36	19	28	31	28	25	45	12	57	51
22	23	24	25	24	37	43	25	39	51

- 1) Να ομαδοποιήσετε τις παρατηρήσεις στις κλάσεις: $[10,20)$, $[20,30)$, $[30,40)$, $[40,50)$ και $[50,60)$.
- 2) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- 3) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

Άσκηση 10 :

Οι 50 εργάτες ενός εργοστασίου έχουν τις παρακάτω ηλικίες:

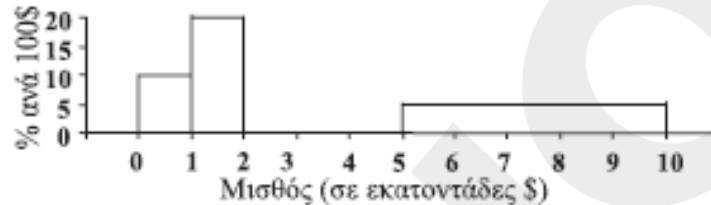
21	43	50	25	55	30	28	40	31	51
18	47	52	34	47	32	27	41	35	54
30	48	36	43	38	33	27	39	41	43
32	22	46	52	29	32	34	34	42	36
35	28	57	56	20	38	27	27	40	35

- 1) Να ομαδοποιήσετε τις ηλικίες στις κλάσεις: $[18,28)$, $[28,38)$, $[38,48)$ και $[48,58)$.
- 2) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- 3) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 11 :

Στο διπλανό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων σβήστηκε κατά λάθος τορθογώνιο της κλάσης [2-5). Εάν είναι γνωστό ότι δεν υπάρχει μισθός άνω των \$1000, να κατασκευάσετε τορθογώνιο αυτό.



Άσκηση 12 :

Η βαθμολογία 50 φοιτητών στις εξετάσεις ενός μαθήματος είναι:

3, 4, 5, 8, 9, 7, 6, 8, 7, 10, 8, 7, 6, 5, 9, 3, 8, 5, 6, 6, 6, 3, 5, 6, 4, 2, 9, 8, 7, 7, 1, 6, 3, 1, 5, 8, 1, 2, 3,
4, 5, 6, 7, 9, 10, 9, 8, 7, 6, 5

- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων .
- β) Από τον πίνακα αυτό να εκτιμήσετε το ποσοστό των φοιτητών που έλαβαν βαθμό:
 - i) κάτω από τη βάση (μικρότερο του 5)
 - ii) άριστα (9 ή 10)
 - iii) τουλάχιστον 7 αλλά το πολύ 9

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 13 :

Οι παραπάνω φοιτητές ήταν αντίστοιχα αγόρια (Α) ή κορίτσια (Κ):

Α Α Κ Α Κ Α Α Α Κ Κ

Κ Κ Α Α Α Κ Α Κ Α Α

Α Α Α Α Κ Κ Α Κ Α Κ

Κ Κ Κ Α Κ Κ Α Α Α Α

Α Α Κ Α Κ Κ Α Α Α Κ

Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα χρησιμοποιώντας σχετικές συχνότητες:

Φύλο	Βαθμολογία		Σύνολο
	5	>5	
Α			
Κ			
Σύνολο			

Άσκηση 14 :

Να μετατρέψετε τον προηγούμενο πίνακα συχνοτήτων της άσκησης 13 σε πίνακα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό:

α) ως προς το σύνολο των φοιτητών

β) ως προς το φύλο (γραμμές)

γ) ως προς τη βαθμολογία (στήλες)

και να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 15 :

Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων, που δίνει την κατανομή του αριθμού των ημερών απουσίας από την εργασία τους λόγω ασθένειας 50 εργατών, να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των εργατών που απουσίασαν:

- α) τουλάχιστον 1 ημέρα
- β) πάνω από 5 ημέρες
- γ) από 3 έως 5 ημέρες
- δ) το πολύ 5 ημέρες
- ε) ακριβώς 5 ημέρες

Αριθμός ημερών	Συχνότητα	Αριθμός ημερών	Συχνότητα
0	12	5	8
1	8	6	0
2	5	7	5
3	4	8	2
4	5	9	1

Άσκηση 16 :

Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
1			
2	4	0,20	
3			
4			25
5	2		
6			
Σύνολο			

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 17 :

Τα δημοφιλέστερα ξένα μουσικά συγκροτήματα των 18 αγοριών ήταν:

Metallica, Iron Maiden, Άλλο, Scorpions, Oasis, Άλλο, Άλλο, Rolling Stones, Metallica, Metallica, Rolling Stones, Metallica, Iron Maiden, Iron Maiden, Scorpions, Scorpions, Scorpions, Metallica.

Να κατασκευάσετε:

- α) το ραβδόγραμμα
- β) το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Άσκηση 18 :

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 450 μαθητών ενός Γυμνασίου σε τέσσερις κατηγορίες “Άριστα”, “Λίαν Καλώς”, “Καλώς” και “Σχεδόν Καλώς”. Το 30% των μαθητών έχουν επίδοση “Λίαν Καλώς”. Η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση “Καλώς” είναι 144. Οι μαθητές με βαθμό “Σχεδόν Καλώς” είναι διπλάσιοι των μαθητών με “Άριστα”.

Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Πόσοι μαθητές έχουν επίδοση τουλάχιστον λίαν καλώς;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 19 :

Από το 1960 έως το 1998 (Πρωταθλήματα Α΄ Εθνικής) ο Παναθηναϊκός έχει κατακτήσει **15** τίτλους, ο Ολυμπιακός **12**, η ΑΕΚ **9**, ο ΠΑΟΚ **2** και η Λάρισα **1**. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Άσκηση 20 :

Παρακάτω δίνονται τα μετάλλια που πήραν μερικές χώρες στο 17ο Ευρωπαϊκό Πρωτάθλημα Στίβου, το 1998. Να παρασταθούν τα δεδομένα αυτά σε ένα ραβδόγραμμα.

Χώρα	Χρυσά	Ασημένια	Χάλκινα
Μ. Βρετανία	9	4	3
Γερμανία	8	7	8
Ρωσία	6	9	7
Πολωνία	3	4	1
Ρουμανία	3	2	2
Ουκρανία	3	2	1
Ιταλία	2	4	3
Πορτογαλία	2	3	1
Ισπανία	2	1	4
Γαλλία	2	1	1
Ελλάδα	1	0	2

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 :**

Τα κρούσματα δύο λοιμωδών νόσων από το 1987 έως το 1997 δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να κατασκευάσετε τα αντίστοιχα χρονογράμματα και να τα σχολιάσετε.

Έτος	Έρπης ζωστήρ	Ηπατίτιδα Α
1987	85	351
1988	58	254
1989	123	273
1990	178	172
1991	134	213
1992	201	127
1993	241	123
1994	252	259
1995	338	295
1996	296	107
1997	256	131

Άσκηση 2 :

Τα παρακάτω δεδομένα αντιπροσωπεύουν την επίδοση 50 υποψηφίων για την πρόσληψή τους σε μια ιδιωτική σχολή (κλίμακα 0-10):

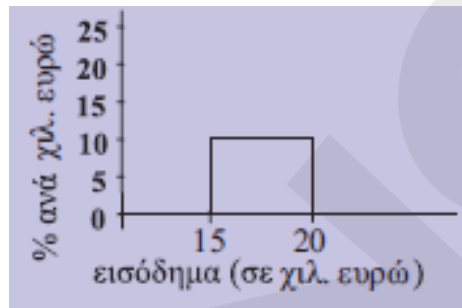
6, 7, 8, 5, 1, 4, 7, 3, 9, 9, 2, 5, 3, 8, 6, 7, 7, 6, 8, 1, 3, 0, 1, 4, 9,
0, 9, 7, 8, 6, 1, 2, 3, 5, 4, 6, 6, 4, 3, 2, 8, 8, 7, 7, 6, 5, 5, 9, 2, 4

- Να παραστήσετε τα δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- Αν η σχολή θελήσει να πάρει όσους είχαν επίδοση μεγαλύτερη ή ίση του 8, πόσους θα πάρει;
- Αν η σχολή πάρει μόνο το 36% των υποψηφίων, τι επίδοση πρέπει να έχει κάποιος για να επιλεγεί;

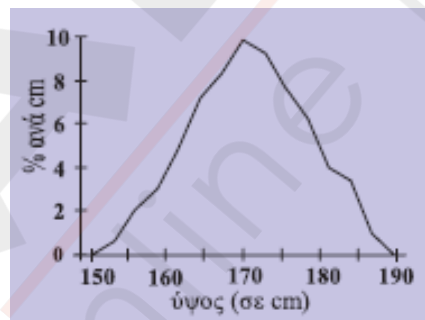
Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 3 :

Δίνεται παρακάτω μόνο ένα ορθογώνιο από το ιστόγραμμα του ετήσιου εισοδήματος των οικογενειών μιας περιοχής. Τι ποσοστό οικογενειών της περιοχής είχαν εισόδημα 15.000 ευρώ έως 20.000 ευρώ;

**Άσκηση 4 :**

Ένας μαθητής έκανε το παρακάτω πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων για το ύψος των αγοριών της τάξης του και ο καθηγητής το διέγραψε σαν λάθος. Είχε δίκιο ο καθηγητής;



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 5:

Οι βεβαιωθέντες θάνατοι από χρήση ναρκωτικών κατά τα έτη 1988-1998 ήταν 62, 72, 66, 79, 79, 78, 146, 176, 222, 222 και 65 αντίστοιχα.

Από αυτούς είχαμε 7, 4, 2, 2, 1, 4, 8, 7, 14, 22 και 6 μέχρι και 20 ετών, 43, 51, 34, 44, 47, 49, 71, 90, 98, 99 και 33 από 21-30 ετών και οι υπόλοιποι ήσαν άνω των 30 ετών. Να παρασταθούν τα δεδομένα αυτά σε μορφή πίνακα.

Άσκηση 6:

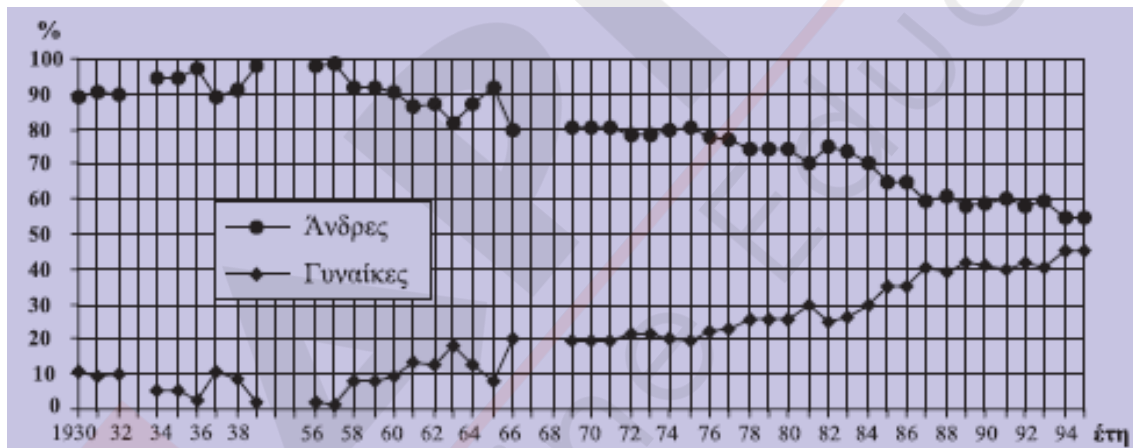
Να παρασταθούν τα παραπάνω δεδομένα της άσκησης 5 σε μορφή πίνακα αναφορικά με το έτος και το φύλο των ατόμων, αν γνωρίζουμε ότι από τους βεβαιωθέντες θανάτους από χρήση ναρκωτικών κατά τα έτη 1988-1998 οι 8, 10, 7, 5, 9, 8, 11, 14, 20, 20 και 9 αντίστοιχα ήταν γυναίκες.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 7:

Το ακόλουθο χρονόγραμμα δίνει τη σχετική συχνότητα των νέων πτυχιούχων Μαθηματικών σε όλη την Ελλάδα από το 1930 έως το 1995 ανάλογα με το φύλο.

- α) Μελετώντας προσεκτικά το χρονόγραμμα αυτό ποια συμπεράσματα εξάγονται;
- β) Ο συνολικός αριθμός νέων πτυχιούχων Μαθηματικών το έτος 1995 ήταν 789. Πόσες ήταν οι γυναίκες και πόσοι οι άνδρες;
- γ) Ο αριθμός των γυναικών που έγιναν πτυχιούχοι Μαθηματικών το έτος 1974 ήταν 173. Πόσοι ήταν οι άνδρες που έγιναν πτυχιούχοι Μαθηματικοί το ίδιο έτος;
- δ) Πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες πήραν πτυχίο Μαθηματικών στην Ελλάδα το 1985;



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 8:

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων της συστολικής πίεσης 150 γυναικών ηλικίας 17-24 ετών που χρησιμοποιούν το φάρμακο A για κάποια πάθηση και 200 γυναικών, ανάλογης ηλικίας, που χρησιμοποιούν το φάρμακο B.

α) Να συγκρίνετε τα ποσοστά γυναικών που παίρνουν τα φάρμακα A και B και έχουν συστολική πίεση μεγαλύτερη ή ίση των 130 mm Hg.

β) Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα σχετικών συχνοτήτων, χρησιμοποιώντας τους ίδιους άξονες συντεταγμένων.

Συστολική πίεση (σε mm Hg)	Φάρμακο A	Φάρμακο B
	v_i	v_i
95-99	6	4
100-104	15	14
105-109	16	18
110-114	22	24
115-119	30	32
120-124	20	28
125-129	15	28
130-134	12	26
135-139	6	12
140-144	5	8
145-149	3	6
Σύνολο	150	200

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 9:

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν 55 μαθητές να λύσουν ένα πρόβλημα δίνονται παρακάτω:

3,4 13,2 6,7 1,4 1,3 3,8 3,9 2,9 13,8 3,9 2,7

4,4 3,6 1,4 2,4 3,6 3,1 7,5 6,9 7,8 12,7 3,9

3,3 9,7 2,0 4,4 3,3 8,7 3,9 11,6 5,6 9,0 3,4

1,4 3,5 2,8 10,4 11,9 12,3 2,9 2,8 1,5 4,1 5,9

3,1 8,7 2,8 3,8 13,0 3,0 6,4 3,2 5,9 7,0 8,2

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κατάλληλο αριθμό κλάσεων.
- β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα με τις συχνότητες n_i , $f_i\%$, $F_i\%$.
- γ) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 10:

Οι μέγιστες ημερήσιες θερμοκρασίες για το μήνα Νοέμβριο, φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

-1	0	0	2	3	2	3	-1	3	3
-1	3	-1	-1	3	0	2	0	-1	3
3	0	3	-1	3	-1	3	3	-1	0

α) Να γράψετε τις τιμές της μεταβλητής.

β) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων με τις στήλες n_i , f_i , $f_i\%$.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!