

2.5. Πίνακες Συνάφειας και Ραβδογράμματα

Διδακτικοί στόχοι

- Τι είναι ο πίνακας συνάφειας και πως χρησιμοποιείται;
- Τι είναι τα ραβδογράμματα και ποια η χρήση τους;
- Τι είναι η σχέση αιτιότητας και πού χρησιμοποιείται;

Θεωρία και Μεθοδολογία

➤ Πίνακας συνάφειας συχνοτήτων

Είναι ο πίνακας, όπου οι γραμμές του αντιστοιχούν στις κατηγορίες της μίας ποιοτικής μεταβλητής και οι στήλες στις κατηγορίες της άλλης ποιοτικής μεταβλητής, ενώ στο εσωτερικό του παρατίθενται οι συχνότητες που αντιστοιχούν σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των κατηγοριών των δύο μεταβλητών.

Εφαρμογή 1:

Σε μια μελέτη που αφορά τη χρήση ζώνης ασφαλείας από οδηγούς ηλικίας 18 – 24 ετών μετρήθηκαν 198 οδηγοί σύμφωνα με το φύλο και το ενδεχόμενο να είχαν ή όχι κάποιο τροχαίο ατύχημα τα τελευταία πέντε χρόνια. Η εύρεση της πιθανής σχέσης μεταξύ του φύλου (χαρακτηριστικό Α) και τροχαίου ατυχήματος (χαρακτηριστικό Β) επιτυγχάνεται μέσω της κατασκευής του πίνακα συνάφειας, ο οποίος είναι ένας πίνακας απόλυτων συχνοτήτων:

		Τροχαίο Ατύχημα		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Φύλο	Άνδρες	69	58	127
	Γυναίκες	27	44	71
	Σύνολο	96	102	198

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

➤ Πίνακας συνάφειας σχετικών συχνοτήτων

Είναι ο πίνακας, όπου εξετάζονται τα ποσοστά αντί για τις συχνότητες. Ο παραπάνω πίνακας μπορεί να μετατραπεί σε πίνακα σχετικών συχνοτήτων (%) ως προς το σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος n .

		Τροχαίο Ατύχημα		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Φύλο	Άνδρες	34,9%	29,3%	64,2%
	Γυναίκες	13,6%	22,2%	35,8%
	Σύνολο	48,5%	51,5%	100%

Η εμφάνιση των ποσοστών στο εσωτερικό ενός πίνακα συνάφειας μας δίνει τη δυνατότητα να διακρίνουμε τη μορφή της σχέσης που ενδεχομένως υπάρχει μεταξύ των μεταβλητών ενός πίνακα. Στην περίπτωση δύο μεταβλητών, η μια μεταβλητή μπορεί να παίξει τον ρόλο της ανεξάρτητης μεταβλητής (το φύλο) και η άλλη να παίξει τον ρόλο της εξαρτημένης (από το φύλο) μεταβλητής (το τροχαίο ατύχημα).

➤ Ραβδογράμματα

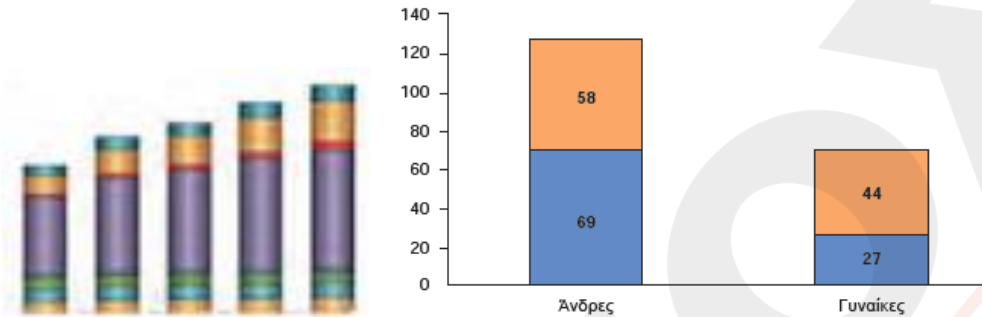
Στην περίπτωση της μίας ποιοτικής μεταβλητής οι πληροφορίες που αντλούνται από τους πίνακες συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων αναπαριστώνται με τα **ραβδογράμματα** και τα κυκλικά διαγράμματα. Στην περίπτωση των δύο ποιοτικών μεταβλητών, οπτικοποιούμε τα αποτελέσματα ενός πίνακα συνάφειας συχνοτήτων με το **στοιβαγμένο ραβδόγραμμα** και τα αποτελέσματα ενός πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων με το **ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα**.

➤ Στοιβαγμένο ραβδόγραμμα

Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες, οι βάσεις των οποίων βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο άξονα, στον οποίο αντιστοιχούν οι κατηγορίες του ενός χαρακτηριστικού. Το πλήθος των ορθογώνιων στηλών είναι ίσο με το πλήθος των κατηγοριών του χαρακτηριστικού. Κάθε ορθογώνια στήλη διαιρείται σε τόσα τμήματα διαφορετικού χρώματος, όσες και οι κατηγορίες του άλλου χαρακτηριστικού. Συνήθως, στον οριζόντιο άξονα τοποθετούμε τις κατηγορίες της

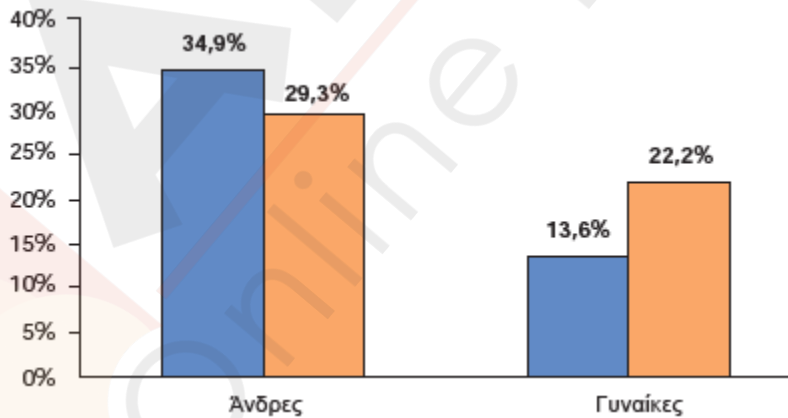
Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

ανεξάρτητης μεταβλητής και στον κατακόρυφο άξονα τις κατηγορίες της εξαρτημένης μεταβλητής, ώστε να ελέγξουμε εάν το ένα χαρακτηριστικό σχετίζεται με το άλλο χαρακτηριστικό.



➤ **Ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα**

Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες, οι βάσεις των οποίων βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο άξονα στον οποίο αντιστοιχούν οι κατηγορίες του ενός χαρακτηριστικού. Σε κάθε κατηγορία του χαρακτηριστικού αντιστοιχούν τόσες ορθογώνιες στήλες διαφορετικού χαρακτηριστικού όσες το πλήθος των κατηγοριών του άλλου χαρακτηριστικού. Το ύψος κάθε στήλης είναι ίσο με την αντίστοιχη σχετική συχνότητα.



Στο σχήμα φαίνονται όλα τα ποσοστά του πίνακα συνάφειας συχνοτήτων. Εάν αθροίσετε όλα τα ποσοστά που φαίνονται στο σχήμα προκύπτει το 100%, ενώ εάν αθροίσετε τα ποσοστά των δύο ράβδων στους άνδρες οδηγούς προκύπτει το 64,2% που είναι το ποσοστό τους στο δείγμα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

➤ **Σχέση αιτιότητας**

Είναι η ιδιότητα όπου δηλώνει ότι δύο μεταβλητές A και B σχετίζονται μεταξύ τους.

Με δεδομένο, λοιπόν, ότι δύο μεταβλητές A και B σχετίζονται, αυτό μπορεί να σημαίνει ότι:

- η μεταβλητή A είναι η αιτία για τη μεταβλητή B
- η μεταβλητή B είναι η αιτία για τη μεταβλητή A
- υπάρχει ένας τρίτος (συγχυτικός) παράγοντας ο οποίος να είναι η αιτία τόσο για το A, όσο και για το B.
- είναι απλά μια σύμπτωση, διότι απλά ένα τυχαίο γεγονός συνέβη στο δείγμα μας, ενώ στην πραγματικότητα, δηλαδή στον πληθυσμό, οι δύο μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες.

Παράδειγμα: Μια έρευνα έδειξε ότι τα μικρά παιδιά που κοιμούνται με αναμμένο το φως είναι πολύ πιθανότερο να εμφανίσουν μυωπία αργότερα. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο ύπνος με αναμμένο το φως προκαλεί μυωπία;

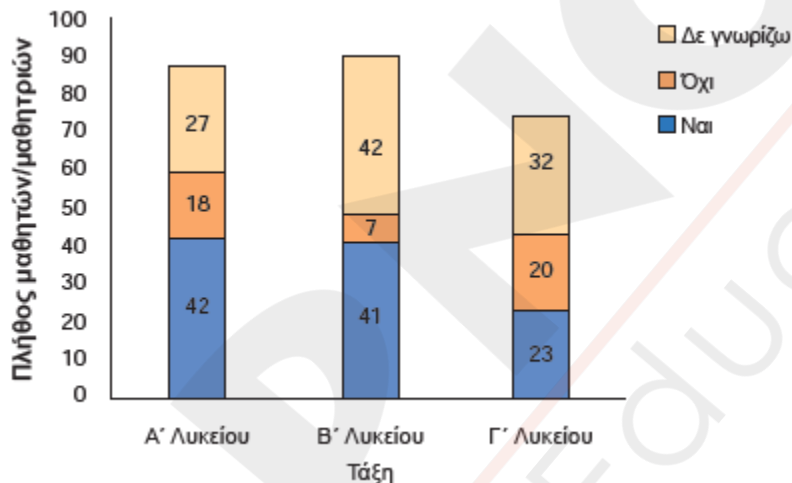
Μεταγενέστερη έρευνα έδειξε ότι υπάρχει μια ισχυρή σχέση μεταξύ της γονικής μυωπίας και της εμφάνισης μυωπίας στα παιδιά τους, σημειώνοντας επίσης ότι οι μυωπικοί γονείς είναι πιο πιθανό να αφήσουν ένα φως στην κρεβατοκάμαρα των παιδιών τους. Ο συγχυτικός παράγοντας εδώ είναι η γονική μυωπία που επηρεάζει τόσο τη μεταβλητή «αναμμένο φως» όσο και τη μεταβλητή «μυωπία παιδιών».

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 1 :

Στα πλαίσια μιας έρευνας που διενεργήθηκε σε 252 μαθητές/μαθήτριες ενός Λυκείου σχετικά με τους Παραολυμπιακούς αγώνες τέθηκε η ερώτηση: «Υπάρχει διαφορά μεταξύ των Special Olympics (SO) και των Παραολυμπιακών Αγώνων (ΠΑ);» Οι απαντήσεις των μαθητών/τριών του σχολείου αναπαριστώνται στο επόμενο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:



- Ποιες ήταν οι πιθανές απαντήσεις των μαθητών/τριών του Λυκείου;
- Αθροίστε τις επιμέρους τιμές των μπλε ράβδων. Ποιο είναι το άθροισμά τους; Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα. Να βρείτε τα ποσοστά των μαθητών/τριών του Λυκείου που έδωσαν κάθε διαφορετική απάντηση.
- Αθροίστε τις επιμέρους τιμές των ράβδων στη Β' τάξη. Ποιο είναι το άθροισμά τους; Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα. Να εκφράσετε τις επιμέρους τιμές των ράβδων της Β' τάξης ως ποσοστά επί του συνόλου των μαθητών της Β' τάξης, ερμηνεύοντάς τα.
- Στο σύνολο των μαθητών/τριών του Λυκείου, πόσοι μαθητές/μαθήτριες από κάθε τάξη ήταν σίγουροι ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ (SO) και (ΠΑ); Τι ποσοστό ήταν από κάθε τάξη;
- Στο σύνολο των μαθητών/τριών του Λυκείου, ποιας τάξης οι μαθητές/μαθήτριες φαίνεται να είναι καλύτερα ενημερωμένοι ως προς το γεγονός ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ) και σε τι ποσοστό, επί του συνόλου των μαθητών/τριών του Λυκείου;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Λύση :

α) Οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν «ναι», εάν πίστευαν ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ), «όχι», εάν πίστευαν ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ) και «δε γνωρίζω», εάν δε γνώριζαν την απάντηση.

β) Αθροίζοντας τις τιμές των μπλε ράβδων έχουμε 106 μαθητές/μαθήτριες (42 από την Α', 41 από τη Β' και 23 από τη Γ') που απάντησαν ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ). «Ναι» απάντησε το $\frac{106}{252} = 42,1\%$, «όχι» το $\frac{45}{252} = 17,8\%$ και «δε γνωρίζω» το $\frac{101}{252} = 40,1\%$ των μαθητών/τριών.

γ) Αθροίζοντας τις επιμέρους τιμές στη στήλη της Β' τάξης έχουμε 90 μαθητές/μαθήτριες της Β' Λυκείου εκ των οποίων οι 41 απάντησαν ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ), οι 7 απάντησαν ότι δεν υπάρχει διαφορά και οι 42 δε γνώριζαν την απάντηση. Τα ποσοστά των επιμέρους τιμών είναι: «Ναι» απάντησε περίπου το $\frac{41}{90} = 45,5\%$, «όχι» απάντησε περίπου το $\frac{7}{90} = 7,8\%$ και «δε γνωρίζω» απάντησε περίπου το $\frac{42}{90} = 46,7\%$ των μαθητών/τριών της Β' Λυκείου.

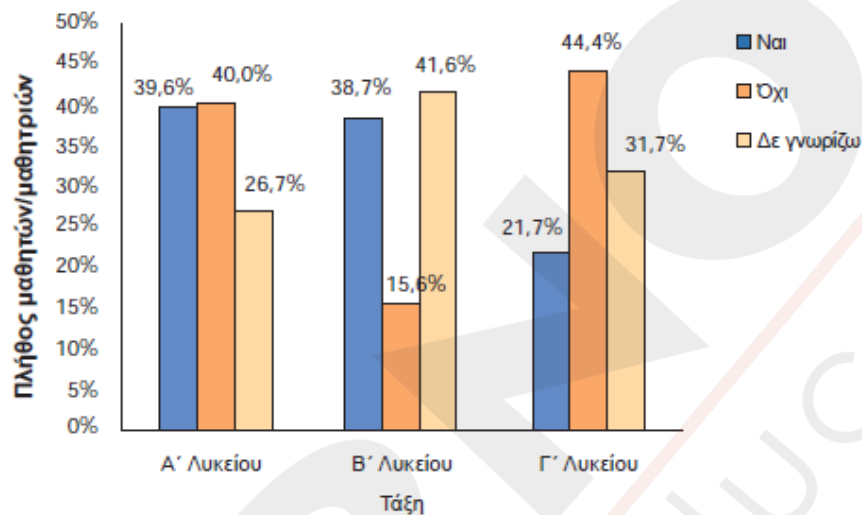
δ) Από τους 252 μαθητές/μαθήτριες του Λυκείου, οι 18 από την Α' τάξη, οι 7 από τη Β' τάξη και οι 20 από τη Γ' τάξη απάντησαν «όχι». Τα ποσοστά είναι 7,1%, 2,8% και 7,9%, αντίστοιχα.

ε) Οι μαθητές/μαθήτριες που είναι καλύτερα ενημερωμένοι σύμφωνα με το γράφημα είναι οι 42 της Α' τάξης του Λυκείου. Το αντίστοιχο ποσοστό ως προς το σύνολο των μαθητών/μαθητριών του σχολείου είναι 16,7%. Ωστόσο και οι μαθητές/μαθήτριες της Β' τάξης θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι εξίσου καλά ενημερωμένοι.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 2 :

Στα πλαίσια της ίδιας έρευνας για την ίδια ερώτηση κατασκευάζουμε το παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ως προς τις απαντήσεις του ερωτήματος.



α) Από τους μαθητές/μαθήτριες του Λυκείου που απάντησαν Ναι στην ερώτηση, ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών/τριών που αντιστοιχεί σε κάθε τάξη;

β) Από τους μαθητές/μαθήτριες του Λυκείου που απάντησαν Όχι στην ερώτηση, ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών/τριών που αντιστοιχεί στην τάξη της Β Λυκείου και ποιο το ποσοστό που αντιστοιχεί στην τάξη της Γ' Λυκείου;

γ) Συγκρίνοντας τα ύψη των ράβδων του γραφήματος, μπορείτε να πείτε εάν τελικά οι απαντήσεις των μαθητών/τριών στο ερώτημα σχετίζονται με την τάξη στην οποία βρίσκονται;

Λύση :

α) Το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών της Α' τάξης του Λυκείου που απάντησαν Ναι στην ερώτηση είναι 39,6%, ενώ για τις άλλες δύο τάξεις είναι 38,7% και 21,7%, αντίστοιχα.

β) Το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών της Β' και Γ' τάξης του Λυκείου που απάντησαν Όχι στην ερώτηση είναι 15,6% και 44,4%, αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών της Γ' είναι πολύ μεγαλύτερο συγκριτικά με αυτό της Β'. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι μαθητές/μαθήτριες ήταν σίγουροι ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ), κάτι το οποίο δεν ισχύει.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

γ) Από το σχήμα 5 βλέπουμε ότι οι ράβδοι σε κάθε τάξη δεν έχουν περίπου το ίδιο ύψος, γεγονός που μας υποδηλώνει ότι η τάξη και οι απαντήσεις των μαθητών σχετίζονται. Εάν όλες οι ράβδοι είχαν περίπου το ίδιο ύψος τότε ο παράγοντας της τάξης δε θα έπαιζε κανένα ρόλο στη διαμόρφωση των απαντήσεων των μαθητών/μαθητριών.

Η καλύτερα ενημερωμένη τάξη είναι η Α΄ Λυκείου και η λιγότερο καλά ενημερωμένη είναι η Γ΄ τάξη. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μαθητές/μαθήτριες της Α΄ και της Γ΄ τάξης πίστευαν λανθασμένα ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των (SO) και των (ΠΑ) σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από τη Β΄. Τέλος, να σημειώσουμε ότι είναι αρκετά μεγάλα τα ποσοστά της απάντησης «δε γνωρίζω», γεγονός που υποδεικνύει την ελλιπή ενημέρωση των μαθητών/μαθητριών σχετικά με αυτές τις σημαντικές διοργανώσεις των Special Olympics και των Παραολυμπιακών Αγώνων.

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 :

Για ποια από τα επόμενα ζεύγη μεταβλητών θα κατασκευάζατε πίνακα συνάφειας; Για εκείνα που θα επιλέξετε, να προσδιορίσετε την ανεξάρτητη και την εξαρτημένη μεταβλητή για την έρευνά σας.

- α) φύλο και επίπεδο εκπαίδευσης
- β) φύλο και χρήση διαδικτύου (σε ώρες/ημέρα)
- γ) βαθμός στην Άλγεβρα και ώρες μελέτης (ανά εβδομάδα)
- δ) ικανοποίηση από το σχολείο και φύλο
- ε) ευτυχία στον γάμο και πίστη στα θαύματα

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 2 :

Σε μια έρευνα του τρόπου ζωής και των καθημερινών συνηθειών στη χώρα μας συλλέχθηκε ένα δείγμα 833 ατόμων απ’ όλη την επικράτεια, προκειμένου να εξετάσουμε εάν υπάρχει σχέση μεταξύ του επίπεδου εκπαίδευσης (δευτεροβάθμια, αν έχουν ολοκληρώσει το Λύκειο και τριτοβάθμια, αν έχουν ολοκληρώσει τις σπουδές τους σε ΑΕΙ) και της συστηματικής σωματικής άσκησης τους (ναι: τουλάχιστον 2 φορές την εβδομάδα και όχι: το πολύ μια φορά την εβδομάδα) σε όλη τη διάρκεια ενός έτους. Τα δεδομένα οργανώθηκαν στον παρακάτω πίνακα συνάφειας:

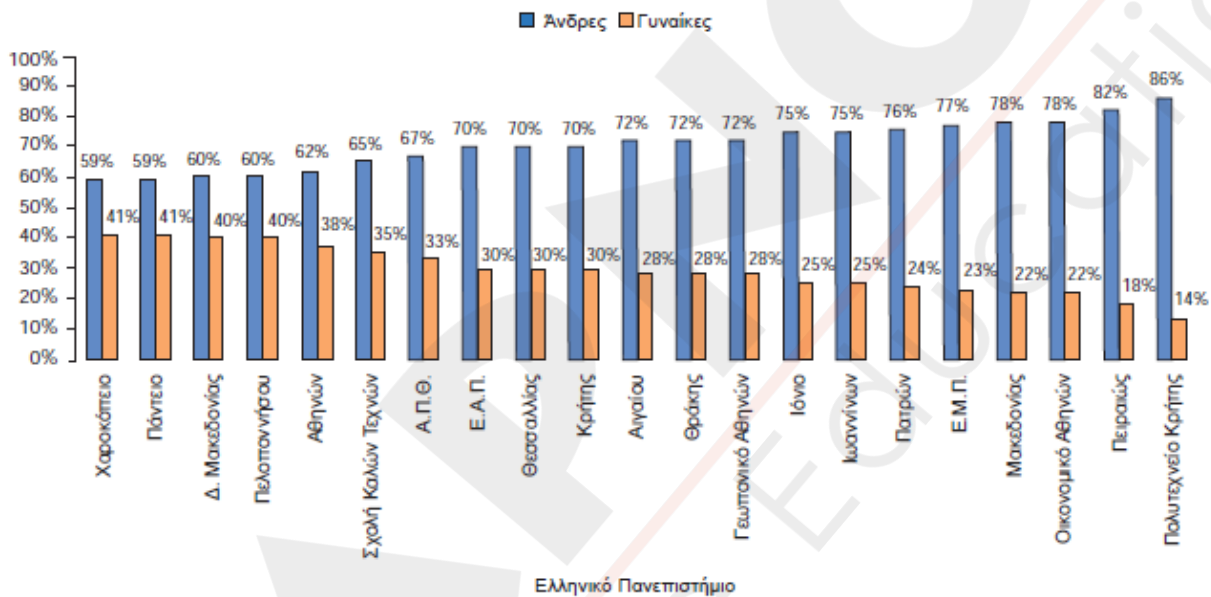
		Άσκηση		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Εκπαίδευση	Δευτεροβάθμια	366	75	
	Τριτοβάθμια	303	89	
	Σύνολο			

- Να συμπληρώσετε στον παραπάνω πίνακα τα κενά κελιά και να κατασκευάσετε το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα των συχνοτήτων του πίνακα συνάφειας.
- Να κατασκευάσετε τον πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων ως προς το επίπεδο εκπαίδευσης και το αντίστοιχο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα του.
- Μπορείτε να υποστηρίξετε την άποψη ότι το επίπεδο εκπαίδευσης επηρεάζει το αν κάποιο άτομο ασκείται συστηματικά ή όχι;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 3 :

Το επόμενο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων δίνει τα ευρήματα μιας μελέτης που έγινε το 2016 στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών για τη θέση των γυναικών στα Ελληνικά Πανεπιστήμια, η οποία δημοσιεύθηκε σε κυριακάτικη εφημερίδα. Πιο συγκεκριμένα, δίνονται τα ποσοστά ανδρών και γυναικών μόνιμων διδασκόντων στα Πανεπιστήμια.



- Σε ποια Πανεπιστήμια παρατηρείται το μεγαλύτερο ποσοστό γυναικών και σε ποια το χαμηλότερο;
- Τη συγκεκριμένη χρονιά δίδαξαν συνολικά 8.483 μόνιμοι διδάσκοντες εκ των οποίων οι 5.894 ήταν άνδρες και οι 2.589 ήταν γυναίκες. Να βρείτε σε ποια πανεπιστήμια το ποσοστό των γυναικών ξεπέρασε το γενικό μέσο ποσοστό τους;
- Ποιος πιστεύετε ότι μπορεί να ήταν ο τίτλος του άρθρου και για ποιον λόγο μια εφημερίδα το ανέδειξε ως ένα από τα κύρια κοινωνικά άρθρα της;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 4 :

Στη Μυτιλήνη, ο δήμος εγκατέστησε ένα καινοτόμο πρόγραμμα ηλεκτρονικών υπηρεσιών του δήμου από το οποίο εξυπηρετούνται οι κάτοικοι του νησιού, ιδιοκτήτες και ενοικιαστές σπιτιών. Η ικανοποίηση των κατοίκων του νησιού από τις ηλεκτρονικές υπηρεσίες του δήμου φαίνονται από τα παρακάτω ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων (α) και (β).

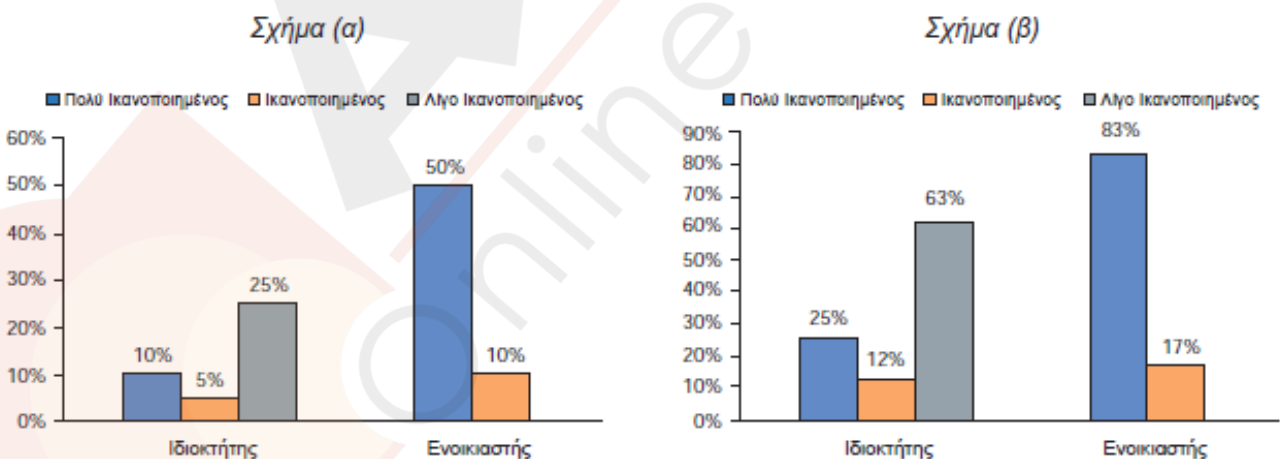
α) Ποιο από τα δύο ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων αντιστοιχεί στο σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος; Τι δείχνει το άλλο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων;

β) Ποιο ποσοστό του δείγματος είναι ιδιοκτήτες και ποιο ενοικιαστές σπιτιών;

γ) Ποιο ποσοστό του δείγματος είναι πολύ ικανοποιημένοι από τις ηλεκτρονικές υπηρεσίες του δήμου;

δ) Τι εκφράζουν τα ποσοστά 63% και 83% στο σχήμα (β);

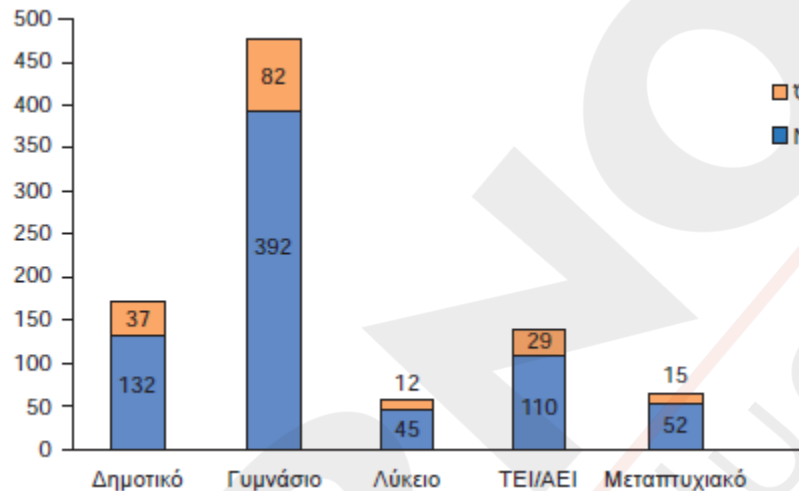
ε) Αν το μέγεθος του δείγματος είναι 200 κάτοικοι, να βρείτε πόσοι είναι οι πολύ ικανοποιημένοι ιδιοκτήτες και πόσοι οι ικανοποιημένοι ενοικιαστές σπιτιών στο νησί.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 5 :

Πρόσφατα πραγματοποιήθηκε μια έρευνα προκειμένου να ερευνηθεί εάν υπάρχει σχέση μεταξύ της πίστης του ανθρώπου στα θαύματα και του επιπέδου εκπαίδευσης που έχει αποκτήσει. Τα αποτελέσματα της έρευνας συνοψίζονται στο επόμενο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

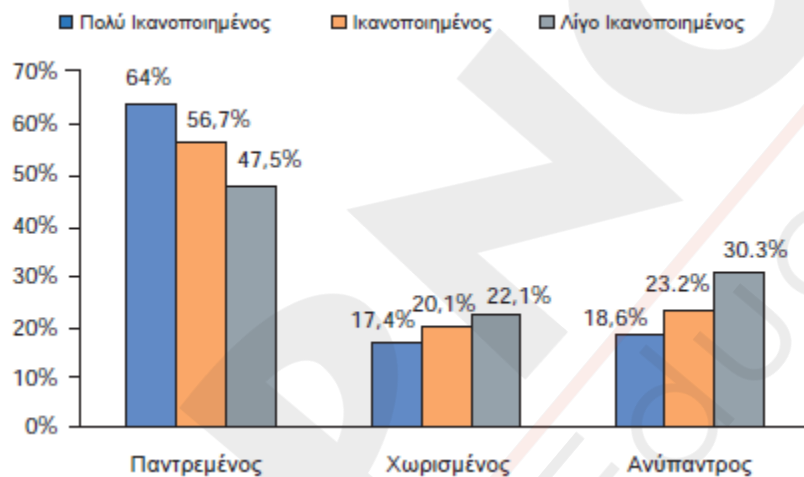


- α) Τι ποσοστό αποφοίτων Γυμνασίου, Λυκείου και ΑΕΙ/ΤΕΙ έχουμε στο δείγμα μας;
- β) Τι ποσοστό αποφοίτων Λυκείου φαίνεται να πιστεύουν στα θαύματα και τι ποσοστό αποφοίτων ΤΕΙ/ΑΕΙ φαίνεται ότι δεν πιστεύουν στα θαύματα;
- γ) Να μετατρέψετε το παραπάνω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων σε ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ως προς την πίστη στα θαύματα.
- δ) Με βάση τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας φαίνεται να υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ του επιπέδου εκπαίδευσης και της πίστης στα θαύματα;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 6 :

Μια κυριακάτικη εφημερίδα περιέχει ένα άρθρο σχετικά με την ικανοποίηση των ανθρώπων από την εργασία τους και την οικογενειακή τους κατάσταση μαζί με το παρακάτω γράφημα. Οι συντάκτες του άρθρου καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι ο γάμος κάνει τους ανθρώπους περισσότερο ικανοποιημένους με την εργασία τους, δεδομένου ότι το 64% των πολύ ικανοποιημένων ανθρώπων είναι παντρεμένοι, ενώ μόνο το 18,6% δεν έχουν παντρευτεί ποτέ.



- α) Συμφωνείτε με το συμπέρασμα του συντάκτη του άρθρου;
- β) Συμφωνείτε με την αιτιολόγηση του συντάκτη του άρθρου;

Άσκηση 7 :

Το φθινόπωρο του 1973 παρατηρήθηκε το ακόλουθο παράδοξο κατά την εισαγωγή μεταπτυχιακών φοιτητών στο Πανεπιστήμιο του Berkeley στην Καλιφόρνια. Τα στοιχεία της έρευνας έδειξαν ότι οι άνδρες που υπέβαλλαν αίτηση ήταν πιο πιθανό από ό,τι οι γυναίκες να γίνουν δεκτοί. Στον πίνακα (α) δίνονται τα στοιχεία αιτούντων και εισακτέων ανδρών και γυναικών για μεταπτυχιακές σπουδές τη χρονιά του 1973.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Στον πίνακα (β) δίνονται τα στοιχεία αιτούντων και εισακτέων ανδρών και γυναικών σε έξι διακεκριμένα τμήματα του Πανεπιστημίου του Berkeley για μεταπτυχιακές σπουδές τη χρονιά του 1973.

	Αιτούντες	Εισακτέοι	Ποσοστό εισακτέων
Άνδρες	8442	3714
Γυναίκες	4321	1512

α) Συμπληρώστε τα ποσοστά των εισακτέων του πίνακα (α). Τι διαπιστώνετε, συγκρίνοντας τα ποσοστά των ανδρών και των γυναικών εισακτέων;

	Άνδρες			Γυναίκες		
	Αιτούντες	Εισακτέοι	Ποσοστό εισακτέων	Αιτούντες	Εισακτέοι	Ποσοστό εισακτέων
Τμήμα Α	825	512	108	89
Τμήμα Β	560	353	25	17
Τμήμα Γ	325	120	593	202
Τμήμα Δ	417	138	375	131
Τμήμα Ε	191	54	393	94
Τμήμα Ζ	373	23	341	24

β) Συμπληρώστε τα ποσοστά των εισακτέων του πίνακα (β) και συγκρίνετε:

(i) τα ποσοστά των ανδρών εισακτέων στα τμήματα Γ και Ε με τα αντίστοιχα ποσοστά των γυναικών

(ii) τα ποσοστά των εισακτέων γυναικών στα τμήματα Α, Β, Δ και Ζ με τα αντίστοιχα ποσοστά των ανδρών.

γ) Τι διαπιστώνετε, συγκρίνοντας τα παραπάνω ποσοστά σε κάθε τμήμα του Πανεπιστημίου με τα ποσοστά του ερωτήματος α; Υπάρχει κάποια σύγχυση;

δ) Σε τι είδους τμήματα ως προς την ανταγωνιστικότητα και το ποσοστό των εισακτέων φαίνεται να απευθύνονται οι γυναίκες και σε τι είδους τμήματα οι άνδρες;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 8 :

Το σχολικό έτος 2017-2018 η ΕΛ. ΣΤΑΤ. (Ελληνική Στατιστική Αρχή) διοργάνωσε για πρώτη φορά έναν πανελλήνιο διαγωνισμό Στατιστικής. Στη Β' φάση οι διαγωνιζόμενοι κλήθηκαν να επεξεργαστούν τα δεδομένα μιας στατιστικής έρευνας χρήσης τεχνολογιών πληροφορικής και επικοινωνίας από 3351 πολίτες το πρώτο τρίμηνο του 2017. Ένα από τα αντικείμενα μελέτης ήταν η χρήση υπηρεσιών διακυβέρνησης από τους πολίτες, ανάλογα με την ηλικία τους, το επίπεδο εκπαίδευσης, τη γεωγραφική περιοχή και την κύρια ασχολία τους. Πιο συγκεκριμένα, οι πολίτες ρωτήθηκαν εάν λαμβάνουν πληροφορίες από ιστοσελίδες δημόσιων υπηρεσιών. Οι πιθανές απαντήσεις ήταν δύο: Ναι, εάν έχουν λάβει πληροφορίες από ιστοσελίδες δημόσιων υπηρεσιών και Όχι, εάν δεν έχουν κάνει τη συγκεκριμένη ενέργεια.

Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στους επόμενους πίνακες συνάφειας:

	Ναι	Όχι	Σύνολο
Ανδρας	1094	573	1667
Γυναίκα	1056	628	1684
Σύνολο	2150	1201	3351

Πίνακας 1: Πίνακας Συνάφειας συχνοτήτων φύλου και χρήσης ηλ. Διακυβέρνησης

	Ναι	Όχι	Σύνολο
16-34	616	293	909
35-54	1109	529	1638
>54	425	379	804
Σύνολο	2150	1201	3351

Πίνακας 2: Πίνακας Συνάφειας συχνοτήτων ηλικίας και χρήσης ηλ. Διακυβέρνησης

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

	Ναι	Όχι	Σύνολο
Έως Γυμνάσιο	175	360	535
Έως Λύκειο	829	622	1451
Έως Ανώτατη Εκπαίδευση	1146	219	1365
Σύνολο	2150	1201	3351

Πίνακας 3: Πίνακας Συνάφειας συχνοτήτων επιπέδου εκπαίδευσης και χρήσης ηλ. Διακυβέρνησης

	Ναι	Όχι	Σύνολο
Αττική	1002	454	1456
Νήσοι Αιγαίου – Κρήτη ¹	185	167	352
Βόρεια Ελλάδα ²	556	313	869
Κεντρική Ελλάδα ³	407	267	674
Σύνολο	2150	1201	3351

Πίνακας 4: Πίνακας Συνάφειας συχνοτήτων γεωγραφικής περιοχής και χρήσης ηλ. Διακυβέρνησης

	Ναι	Όχι	Σύνολο
Μισθωτός - Ελ.Επ.	1329	499	1828
Άνεργος	309	199	508
Μαθητής/Φοιτητής	165	105	270
Άλλο ⁴	347	398	745
Σύνολο	2150	1201	3351

Πίνακας 5: Πίνακας Συνάφειας συχνοτήτων γεωγραφικής περιοχής και χρήσης ηλ. Διακυβέρνησης (⁴Άλλο: Συνταξιούχος, Νοικοκυρά, Στρατιώτης)

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

α) Να κατασκευάσετε κατάλληλο γράφημα για κάθε μεταβλητή χωριστά και να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα.

β) Με κατάλληλα γραφήματα, να περιγράψετε τη σχέση της χρήσης υπηρεσιών ηλεκτρονικής διακυβέρνησης, ανάλογα με το φύλο, την ηλικία, το επίπεδο εκπαίδευσης, τη γεωγραφική περιοχή και την κύρια ασχολία των ερωτηθέντων.

γ) Μπορείτε να πείτε εάν η χρήση υπηρεσιών ηλεκτρονικής διακυβέρνησης συσχετίζεται με κάποιους από τους παράγοντες, όπως το φύλο, την ηλικία, το επίπεδο εκπαίδευσης, τη γεωγραφική περιοχή και την κύρια ασχολία.

Άσκηση 9 :

Οι παραπάνω φοιτητές ήταν αντίστοιχα αγόρια (Α) ή κορίτσια (Κ):

A A K A K A A K K

K K A A A K A K A

A A A A K K A K A K

K K K A K K A A A

A A K A K K A A A K

Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα χρησιμοποιώντας απόλυτες συχνότητες:

Φύλο	Βαθμολογία		Σύνολο
	5	>5	
A			
K			
Σύνολο			

Να μετατρέψετε τον προηγούμενο πίνακα συχνοτήτων σε πίνακα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό:

α) ως προς το σύνολο των φοιτητών

β) ως προς το φύλο (γραμμές)

γ) ως προς τη βαθμολογία (στήλες) και να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 10 :

Τα δημοφιλέστερα ξένα μουσικά συγκροτήματα των 18 αγοριών ήταν:

Metallica, Iron Maiden, Άλλο, Scorpions, Oasis, Άλλο, Άλλο, Rolling Stones, Metallica, Metallica, Rolling Stones, Metallica, Iron Maiden, Iron Maiden, Scorpions, Scorpions, Scorpions, Metallica. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα.

Άσκηση 11 :

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 350 μαθητών ενός Γυμνασίου σε τέσσερις κατηγορίες “Άριστα”, “Λίαν Καλώς”, “Καλώς” και “Σχεδόν Καλώς”. Το 30% των μαθητών έχουν επίδοση “Λίαν Καλώς”. Η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση “Καλώς” είναι 144 μοίρες. Οι μαθητές με βαθμό “Σχεδόν Καλώς” είναι διπλάσιοι των μαθητών με “Άριστα”. Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Πόσοι μαθητές έχουν επίδοση τουλάχιστον σχεδόν καλώς;

Άσκηση 12 :

Από το 1960 έως το 1998 (Πρωταθλήματα Α΄ Εθνικής) ο Παναθηναϊκός έχει κατακτήσει 15 τίτλους, ο Ολυμπιακός 12, η ΑΕΚ 9, ο ΠΑΟΚ 2 και η Λάρισα 1. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 13 :

Ως ακολούθως δίνονται τα μετάλλια που πήραν μερικές χώρες στο 17ο Ευρωπαϊκό Πρωτάθλημα Στίβου, το 1998. Να παρασταθούν τα δεδομένα αυτά σε ένα ραβδόγραμμα.

Χώρα	Χρυσά	Ασημένια	Χάλκινα
Μ. Βρετανία	9	4	3
Γερμανία	8	7	8
Ρωσία	6	9	7
Πολωνία	3	4	1
Ρουμανία	3	2	2
Ουκρανία	3	2	1
Ιταλία	2	4	3
Πορτογαλία	2	3	1
Ισπανία	2	1	4
Γαλλία	2	1	1
Ελλάδα	1	0	2

Άσκηση 14 :

Τα παρακάτω δεδομένα αντιπροσωπεύουν την επίδοση 50 υποψηφίων για την πρόσληψή τους σε μια ιδιωτική σχολή (κλίμακα 0-10).

6 7 8 5 1 4 7 3 9 9 2 5 3 8 6 7 7 6 8 1 3 0 1 4 9

0 9 7 8 6 1 2 3 5 4 6 6 4 3 2 8 8 7 7 6 5 5 9 2 4

- α) Να παραστήσετε τα δεδομένα σε έναν πίνακα συνάφειας.
- β) Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 15 :

Μια συγκεκριμένη μέρα ρωτήθηκαν οι μαθητές της Α' Γυμνασίου ενός σχολείου για τον τρόπο που μετέβησαν στο σχολείο και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας:

ΜΕΣΟ	v_i
Με τα πόδια	10
Ποδήλατο	15
Αυτοκίνητο	20
Λεωφορείο	5
ΣΥΝΟΛΟ	50

Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 :**

Σε μια υπηρεσία ρωτήθηκαν οι εργαζόμενοι για το ποιο μέρος θα προτιμούσαν να περάσουν τις διακοπές τους (μία επιλογή) και προέκυψε ο πίνακας:

ΜΕΡΟΣ	ΑΙΔΡΕΣ	ΓΥΝΑΙΚΕΣ	ΣΥΝΟΛΟ
ΕΛΛΑΔΑ	10	12	22
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΥΡΩΠΗ	14	15	29
ΒΟΡΕΙΑ ΑΜΕΡΙΚΗ	5	9	14
ΠΟΤΙΟΑΙΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΣΙΑ	10	5	15
ΣΥΝΟΛΟ	39	41	80

- I. Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων ως προς το σύνολο των εργαζομένων.
- II. Να κατασκευάσετε (διπλό) ραβδόγραμμα συχνοτήτων ως προς το φύλο.

Άσκηση 2 :

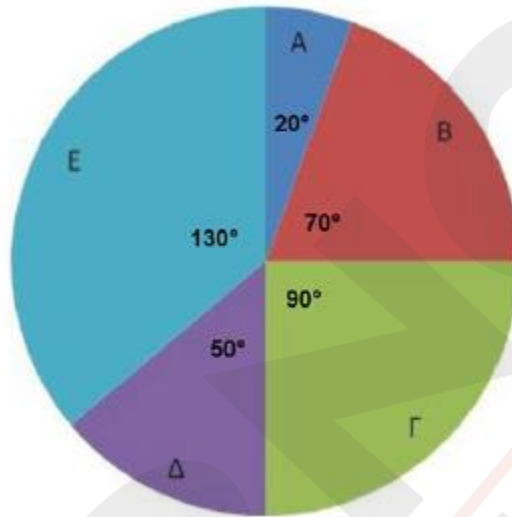
Ο Νίκος έχει στη βιβλιοθήκη του 30 βιβλία. Από αυτά 12 είναι λογοτεχνικά, 9 είναι επιστημονικά, 6 είναι τουριστικοί οδηγοί και 3 μαγειρικής.

- I. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- II. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 3 :

Μια τράπεζα έχει 72 υποκαταστήματα σε πέντε πόλεις Α, Β, Γ, Δ και Ε κατανομημένα όπως φαίνεται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα.



- I. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- II. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων της κατανομής.

Άσκηση 4 :

- a) Τι είναι το ραβδόγραμμα και πότε το χρησιμοποιούμε.
- b) Τι ορίζουμε ως σχέση αιτιότητας;
- c) Τι είναι διάγραμμα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και πότε το χρησιμοποιούμε.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 5 :

Μια σχολική ομάδα ποδοσφαίρου είχε τη χρονιά που μας πέρασε στους σχολικούς αγώνες τις παρακάτω επιδόσεις. Να παραστήσετε τα στοιχεία αυτά με ένα ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

Επίδοση	Συχνότητα
ΠΙΚΗ	10
ΗΤΤΑ	7
ΙΣΟΠΑΛΙΑ	8

Άσκηση 6 :

Οι μαθητές ενός σχολείου εξετάστηκαν ως προς την ομάδα αίματός τους και σχηματίστηκε ο παρακάτω πίνακας:

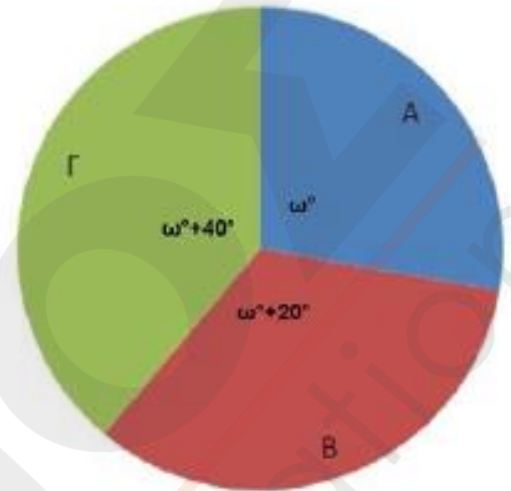
ΟΜΑΔΑ	ΑΓΟΡΙΑ	ΚΟΡΙΤΣΙΑ	ΣΥΜΠΛΗΡΩΣ
O	5	3	8
A	40	42	82
B	30	35	65
AB	10	20	30

- I. Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων ως προς το σύνολο των μαθητών.
- II. Να κατασκευάσετε διπλό ραβδόγραμμα συχνοτήτων ως προς το φύλο των μαθητών.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 7 :

Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.



Άσκηση 8 :

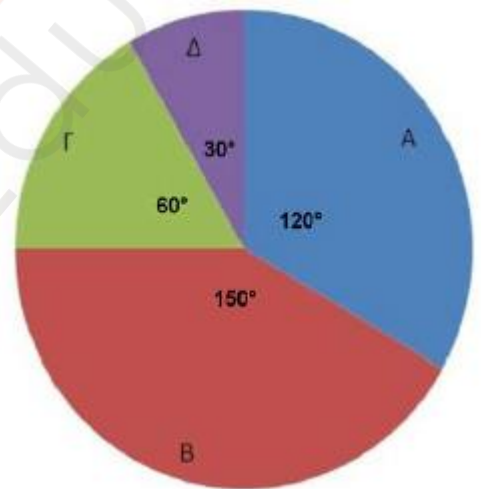
Το μορφωτικό επίπεδο των 120 υπαλλήλων ενός οργανισμού χωρίζεται σε 4 κατηγορίες:

A: απόφοιτοι Γυμνασίου

B: απόφοιτοι Λυκείου

Γ: απόφοιτοι ΤΕΙ

Δ: απόφοιτοι ΑΕΙ



Αν η κατανομή τους παριστάνεται από το παραπάνω κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε:

I. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

II. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

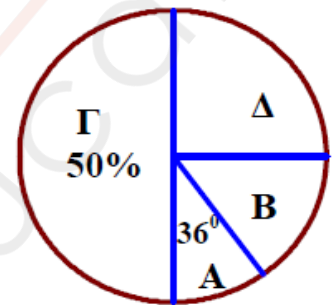
Άσκηση 9 :

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα στην τιμή A αντιστοιχεί κυκλικός τομέας γωνίας $\alpha_1 = 90^\circ$ και στις τιμές B, Γ και Δ γωνίες α_2 , α_3 και α_4 ανάλογες προς τους αριθμούς 1, 3 και 5 αντίστοιχα.

- I. Να υπολογίσετε τις γωνίες του κυκλικού διαγράμματος.
- II. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων της κατανομής.

Άσκηση 10 :

Σε μια γραπτή εξέταση αγγλικών οι βαθμοί επιτυχίας είναι A, B, Γ ενώ Δ ο βαθμός αποτυχίας. Τα αποτελέσματα ενός δείγματος 500 μαθητών που εξετάστηκαν γραπτά δίνονται στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα:



A) Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί:

I	Βαθμός εξέτασης	Αριθμός μαθητών	f_i	a_i	F_i
1	A				
2	B		0,15		
3	Γ				
4	Δ				
Σύνολα					

- B) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- Γ) Να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των μαθητών που έχουν επιτύχει στις εξετάσεις.
- Δ) Να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των μαθητών που έχουν αποτύχει στις εξετάσεις.
- E) Να βρεθεί ο αριθμός των μαθητών και το ποσοστό που έχει πάρει βαθμό B ή Γ.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!