

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
82^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
5 Νοεμβρίου 2021

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)

Να βρεθούν οι τριάδες (x, y, z) θετικών πραγματικών αριθμών που είναι λύσεις του συστήματος:

$$2x^3 - 7y^2 + 4z = -4$$

$$2y^3 - 7z^2 + 4x = -4$$

$$2z^3 - 7x^2 + 4y = -4$$

Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)

Να προσδιορίσετε όλους τους τετραψήφιους ακέραιους

$$N = \overline{\alpha\beta\gamma\delta} = 1000\alpha + 100\beta + 10\gamma + \delta, \quad 0 < \alpha < \gamma,$$

που είναι ίσοι με το οκταπλάσιο του αθροίσματος

$$(\alpha - 1)^2 + \alpha^2 + \dots + \gamma^2 + (\gamma + 1)^2,$$

στο οποίο αθροίζουμε όλα τα τετράγωνα των μη αρνητικών ακεραίων από τον $\alpha - 1$ μέχρι και τον $\gamma + 1$.

Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AG > B\Gamma$. Παίρνουμε σημείο Δ πάνω στην πλευρά AG τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = \Gamma B$. Αν η κάθετη στο σημείο Δ προς την ευθεία ΔB τέμνει την πλευρά AB στο μέσο της, να αποδείξετε ότι $AG = 3 \cdot B\Gamma$.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες
Καλή επιτυχία!