Λύσεις Θεμάτων Β' Γυμνασίου

Πρόβλημα 1 (Μονάδες 6)
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A=\left(\frac{-25^3}{5^3}+\frac{(-15)^2}{(-3)^2}+2122\right)\cdot\left(\frac{(-14)^5}{7^5}+\frac{(-12)^5}{(-6)^5}+1\right).$$

Λυση.

$$-\frac{25^3}{5^3}+\frac{(-15)^2}{(-3)^2}+2122=-(\frac{25}{5})^3+(\frac{15}{3})^2+2122=$$

Είναι $=-5^3+5^2+2122=-125+25+2122=$

$$-100+2122=2022$$

Επίσης $\frac{(-14)^5}{7^5}+\frac{(-12)^5}{(-6)^5}+1=(\frac{-14}{7})^5+(\frac{-12}{-6})^5+1=$

$$(-2)^5+2^5+1=-2^5+2^5+1=1$$

Τελικά είναι $A=2022\cdot 1=2022$

Πρόβλημα 2 (Μονάδες 7)

Αν ο αριθμός ν είναι ακέραιος και $\nu \neq 0$, να βρείτε όλες τις δυνατές ακέραιες τιμές του αριθμού: $\mathrm{A} = \dfrac{2022 \cdot \nu + 5}{\nu}$.

Λυση

Είναι $\mathrm{A} = \dfrac{2022\nu + 5}{\nu} = 2022 + \dfrac{5}{\nu}$

Αφού ο Α είναι ακέραιος θα πρέπει και $\dfrac{5}{\nu}$ να είναι .

Θα πρέπει το ν να διαιρεί το 5.

Αυτό γίνεται όταν $\nu = 1, -1, 5, -5$

Αρα $\dfrac{5}{\nu} = 5, -5, 1, -1$

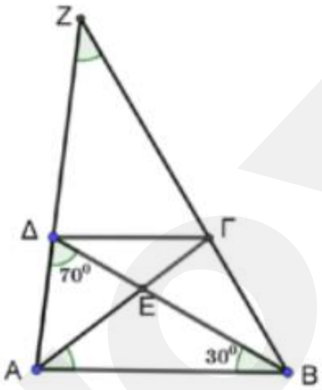
Τελικά είναι $\mathrm{A} = 2027, 2017, 2023, 2021$

Πρόβλημα 3 (Μονάδες 7)

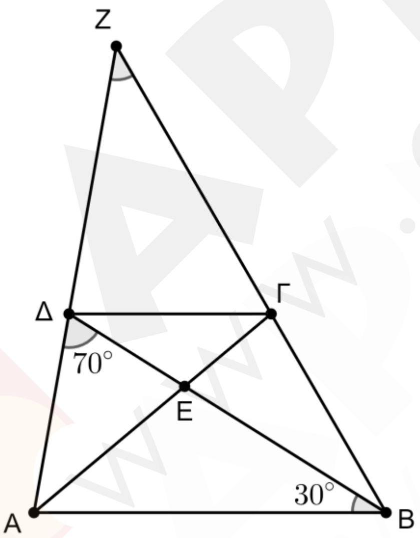
Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο με $ΑΒ \parallel ΓΔ$. Επίσης $ΒΓ = ΓΔ$ και $ΑΔ = ΑΕ$. Δίνονται και οι γωνίες $Α\hat{Δ}Ε = 70^0$ και $Α\hat{Β}Δ = 30^0$.

(α) Να βρείτε πόσων μοιρών είναι οι γωνίες $Β\hat{Α}Γ$ και $Δ\hat{Ζ}Γ$.

(β) Να αποδείξετε ότι η διαγώνιος ΑΓ διχοτομεί τη γωνία $Β\hat{Α}Δ$.



Λυση



α)Λόγω παραλλήλων είναι $\angle ΒΔΓ = 30$.

Λόγω του ισοσκελούς ΔΓΒ είναι $\angle ΔΒΓ = 30$

Λόγω του ισοσκελούς ΔΕΑ είναι $\angle ΑΕΔ = 70$

Επειδή η εξωτερική γωνία είναι ίση με το άθροισμά των απέναντι εσωτερικών έχουμε ότι $\angle ΒΑΓ + \angle ΑΒΕ = \angle ΑΕΔ = 70$

Αρα $\angle ΒΑΓ = 70 - 30 = 40$

Αφού το ΑΕΔ είναι ισοσκελές θα πάρουμε ότι $\angle \Delta AE = 180 - 70 - 70 = 40$

Αρα είναι $\angle \Delta AB = 40 + 40 = 80$ και $\angle AB\Gamma = 30 + 30 = 60$

Επειδή το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι 180 έχουμε ότι

$\angle \Delta Z\Gamma = 180 - 80 - 60 = 40$

β) Είναι άμεσο από αυτά που παραθέσαμε στο α) ερώτημα αφού

$\angle \Delta A\Gamma = \angle \Delta AE = 40 = \angle EAB = \angle \Gamma AB$