

Λύσεις: Πανελληνίων: Μαθηματικά 2024 - Θετική

Επιμέλεια Λύσης : Β. Καράβολας

Θέμα Γ4 - Με τις γνώσεις ενός Φυσικού

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} -2x+4+e^\lambda, & 0 \leq x < 2 \\ -x^2+4x-3+\lambda, & x \geq 2, \end{cases}$$

με $\lambda \in \mathbb{R}$.Γ1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = 0$.

Μονάδες 5

- Γ4. Κινητό σημείο Μ ξεκινά από το σημείο Α(2,0) και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα $v=0,5$ μονάδες μήκους το δευτερόλεπτο. Αν Ο είναι η αρχή των αξόνων, να υπολογίσετε τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η γωνία $\hat{\omega} = \hat{AOM}$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία το κινητό σημείο Μ θα συναντήσει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f.

Μονάδες 6

Απαντήσεις

Εφόσον $\lambda = 0$ το σώμα ανεβαίνοντας θα συναντήσει την συνάρτηση στο

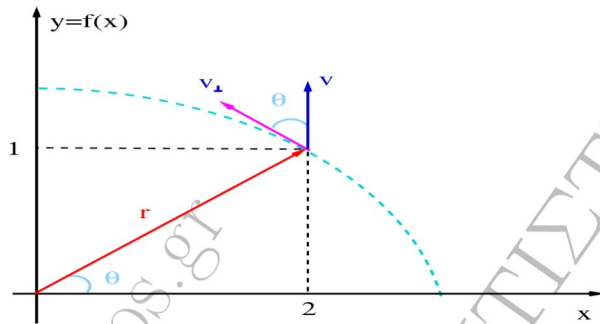
$$y = f(x) = -x^2 + 4x - 3 \stackrel{x=2}{=} 1$$

Καλό θα ήταν στην εκφώνηση να αναφερόταν ότι ο κατακόρυφος άξονας της κίνησης ταυτίζεται με τον άξονα της $f(x)$.

Επομένως θα συναντηθούν στη θέση 2, 1. Για να δούμε το πρόβλημα από την πλευρά της φυσικής. Αναλύοντας την ταχύτητα σε δύο συνιστώσες μια κάθετη στην επιβατική ακτίνα και μια παράλληλη παρατηρούμε ότι η κάθετη συνιστώσα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η εφαπτομενική ταχύτητα μιας κυκλικής κίνησης για την

οποία ισχύει:

$$v_{\perp} = \omega r = \frac{d\theta}{dt} r$$



Όμως:

$$\left[\begin{array}{l} r = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \\ \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{array} \right]$$

Και

$$\left[\begin{array}{l} v_{\perp} = v \sigma\upsilon\nu\theta \\ v = 0.5 \\ \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ v = \omega r = \frac{d\theta}{dt} r \end{array} \right]$$

$$\Leftrightarrow 0.5 \frac{2}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{5} \text{ r/s}$$

ΑΠΑΛΑ ΠΡΑΓΜΑΤΑ