

ΘΕΜΑΤΑ ΦΙΙ

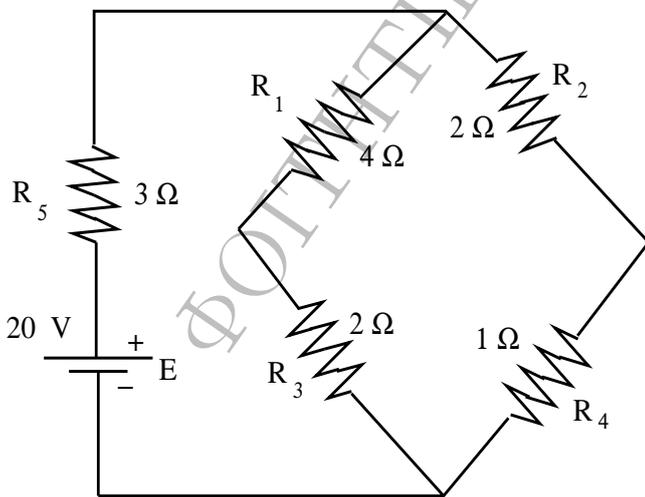
ΕΛΜΕΠΑ-Σχολή: Μηχανικών-Τμήμα: Μηχανολόγων Μηχανικών

Ιούνιος 2022 - Ομάδα (Α)

Επιμέλεια : Β. Καράβολας

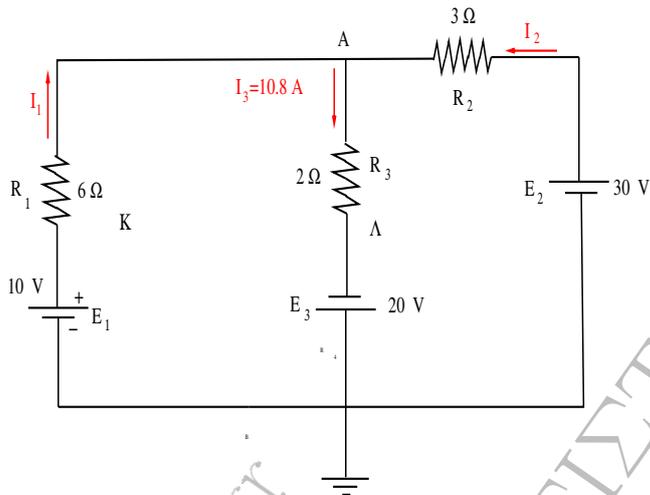
Θέμα 1ο

1. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος (μον.1)
2. Ποια η ισχύς που αποδίδει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα; (μον.0.5)
3. Ποια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη των 4Ω (μον.1);



ΛΥΣΗ :

1. Το κύκλωμα του σχήματος είναι:



Από την πηγή πηγάζει ρεύμα I το οποίο διακλαδίζεται στους δύο κόμβους στα I_1 και I_2 . Παρατηρούμε ότι από τις αντιστάσεις R_1 και R_3 πέραν το ίδιο ρεύμα επομένως είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Το ίδιο συμβαίνει και με τις αντιστάσεις R_2 και R_4 . Επομένως:

$$\begin{cases} R_{13} = R_1 + R_3 \\ R_{24} = R_2 + R_4 \\ R_1 = 4 \Omega \\ R_2 = 2 \Omega \\ R_3 = 2 \Omega \\ R_4 = 1 \Omega \end{cases} \iff \begin{cases} R_{13} = R_1 + R_3 = 6 \Omega \\ R_{24} = R_2 + R_4 = 3 \Omega \end{cases}$$

Οι δύο κλάδοι (AKB) και (ALB) έχουν κοινά άκρα, επομένως έχουν και την ίδια τάση στα άκρα τους, συνεπώς είναι συνδεδεμένοι σε παράλληλα:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\parallel}} = \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{24}} \\ R_{13} = 6 \Omega \\ R_{24} = 3 \Omega \end{cases} \iff R_{\parallel} = 2 \Omega$$

Από την συνολική αντίσταση των δύο κλάδων (R_{\parallel}) πέραν όλο το ρεύμα που παράγει η πηγή. Το ίδιο συμβαίνει και με την R_5 . Συνεπώς η R_5 και η R_{\parallel} είναι σε σειρά και η ολική αντίσταση του κυκλώματος

είναι:

$$\begin{bmatrix} R_t = R_5 + R_{\parallel} \\ R_{\parallel} = 2 \Omega \\ R_5 = 3 \Omega \end{bmatrix} \iff R_t = 5 \Omega$$

2. Το ρεύμα που διαρρέει το εξωτερικό κύκλωμα θα είναι από το νόμο του Ohm

$$\begin{bmatrix} I = \frac{E}{R_t} \\ E = 20 V \\ R_t = 5 \Omega \end{bmatrix} \iff I = 4 A$$

Η ισχύς της πηγής θα είναι:

$$\begin{bmatrix} P = EI \\ E = 20 V \\ I = 4 A \end{bmatrix} \iff P = 80 W$$

3. Ψάχνουμε το I_1 . Η διαφορά δυναμικού V_{AB} είναι:

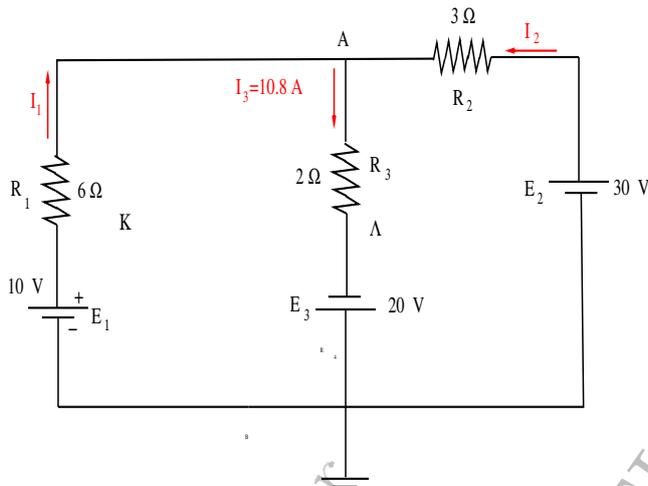
$$\begin{bmatrix} V_{AB} = IR_{\parallel} \\ I = 4 A \\ R_{\parallel} = 2 \Omega \end{bmatrix} \iff V_{AB} = 8 V$$

Στα άκρα του κλάδου ΑΚΒ έχουμε την τάση V_{AB} , επομένως από το νόμο του Ohm θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} I_1 = \frac{V_{AB}}{R_{13}} \\ V_{AB} = 8 V \\ R_{13} = 6 \Omega \end{bmatrix} \iff I_1 = \frac{4}{3} A$$

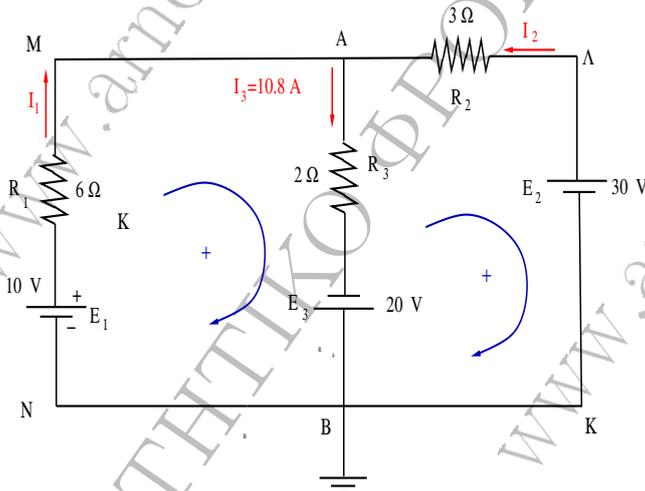
Θέμα 2ο

Στο παρακάτω κύκλωμα βρείτε τα I_1 και I_2 (μον. 1) και το δυναμικό στο Α (μον. 0.5)



ΛΥΣΗ :

1. Το κύκλωμα του σχήματος είναι:



Παρατηρούμε ότι εδώ έχουμε δύο κόμβους (A, B, τα σημεία στα οποία διακλαδίζεται το ρεύμα), τρεις κλάδους (AMNB, ΑΛΚΒ) και τρεις βρόχους (AMNBA, ΑΛΚΒΑ, ΜΑΛΚΒΑΜ). Έστω n ο αριθμός των κόμβων και l ο αριθμός των βρόχων.

Επιλέγουμε φορές διαγραφής αυτές του σχήματος και στη συνέχεια εφαρμόζουμε 1ο κανόνα του Kirchhof σε $n - 1$ κόμβους (εδώ $n = 2$) και σε $l - 1$ βρόχους (εδώ $l = 3$)

Οι κανόνες για τη σωστή αναγραφή των προσήμων σε ένα βρόχο στον οποίο γράφουμε τον 2ο κανόνα του Kirchhof είναι:

(α') Αν κατά τη διαγραφή του βρόχου συναντήσουμε πρώτα το πρόσημο (+) σε μια τάση αναφοράς, έχουμε μείωση δυναμικού και γράφουμε την τάση με πρόσημο μείον. Αν συναντήσουμε πρώτα το πρόσημο (-) έχουμε αύξηση δυναμικού και γράφουμε την τάση με πρόσημο συν.

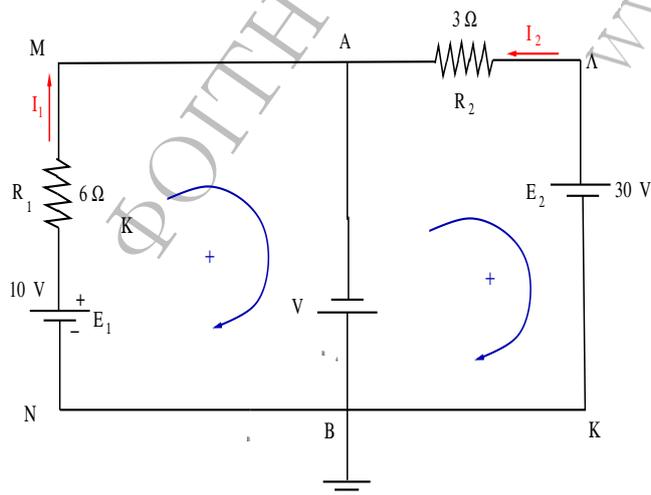
(β') Αν Αν κατά τη διαγραφή του βρόχου συναντήσουμε ομόρροπο με τη φορά διαγραφής ρεύμα που διαφέρει μια αντίσταση τότε γράφουμε την πτώση τάσης με πρόσημο μείον. Αν συναντήσουμε αντίρροπο ρεύμα να διαρρέει την αντίσταση τότε την πτώση τάσης με πρόσημο συν

Οι εξισώσεις που παίρνουμε είναι:

$$\begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{l}
 A \quad I_1 + I_2 = I_3 \\
 \text{ABNMA} \quad E_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 + E_3 = 0 \\
 \text{ABNMA} \quad E_3 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + E_2 = 0
 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}
 I_1 + I_2 = 10.8 \\
 10 - 6I_1 - 2 \cdot 10.8 + 20 = 0 \\
 -30 + 3I_2 + 2 \cdot 10.8 - 20 = 0
 \end{array} \right] \Leftrightarrow \\
 \left[\begin{array}{l}
 I_1 + I_2 = 10.8 \\
 I_1 = 1.4 \text{ A} \\
 I_2 = 9.46 \text{ A}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Παρατηρούμε ότι περισσεύει η μια εξίσωση. Συνεπώς μας δόθηκε ένα δεδομένο περισσότερο από όσα χρειαζόμασταν.

2. Το σημείο B συνδέεται μέσω σύρματος μηδενικής αντίστασης με τη Γη (γείωση), επομένως θα έχει το δυναμικό της Γης που είναι μηδενικό.



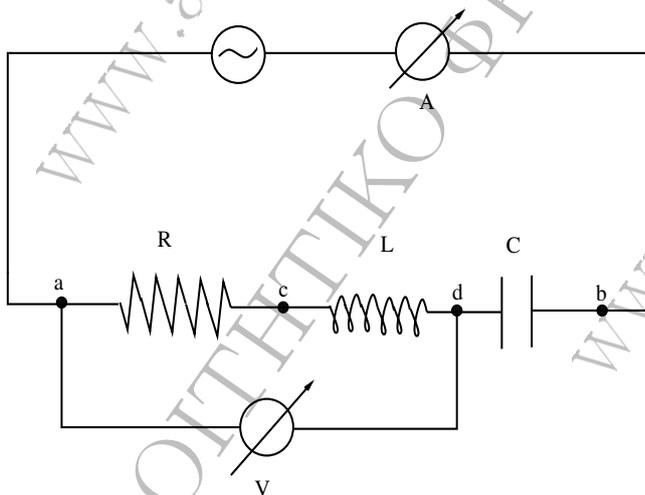
Ξαναγράφουμε τον Β κανόνα του Kirchhof για τον βρόχο ABNMA έχοντας αντικαταστήσει τον κλάδο AB με μια πηγή τάσης V .

$$\begin{cases} E_1 - I_1 R_1 + V = 0 \\ V = V_B - V_A \\ V_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 10 - 1.4 \cdot 6 = V_A - 0 \Leftrightarrow V_A = 1.6 \text{ V}$$

Θέμα 3ο

Στα άκρα πηγής εναλλασσόμενης τάσης κυκλικής συχνότητας $\omega = 400 \text{ r/s}$ συνδέονται σε σειρά αντιστάτης $R = 100 \Omega$, πυκνωτής $C = 2\mu\text{F}$ και πηνίο $L = 0.9 \text{ H}$. Το πλάτος τάσης στα άκρα της πηγής είναι 311 V .

1. Βρείτε την ένδειξη του αμπερομέτρου (μον.1)
2. Φτιάξτε διάγραμμα περιστρεφόμενων διανυσμάτων και πείτε τη συμπεριφορά εμφανίζει το κύκλωμα (επαγωγική ή χωρητική) εξηγώντας το (μον. 0.5)
3. Βρείτε ποια τάση θα μετρήσει το βολτόμετρο που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (μον. 1);
4. Ποιος ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα; (μον (0.5))



Λύση:

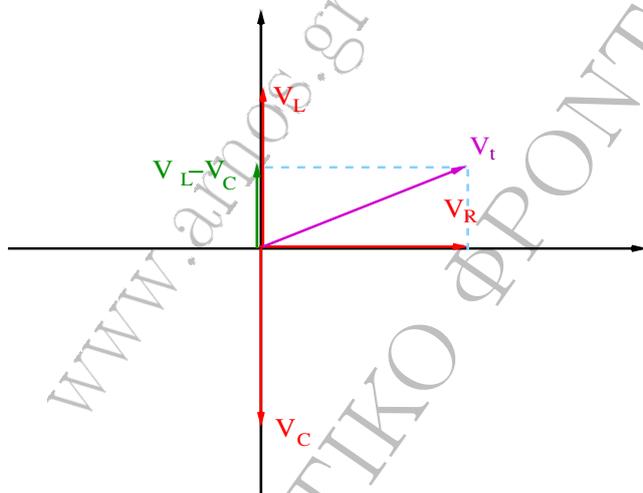
1. Το αμπερόμετρο μετρά ενεργές τιμές έντασης ρεύματος. Η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος είναι:

$$\begin{cases} Z = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R^2} \\ Z_L = L\omega \\ Z_C = \frac{1}{C\omega} \end{cases} \Leftrightarrow Z = \sqrt{100^2 + (0.9 \cdot 400 - \frac{1}{2 \times 10^{-6} \cdot 400})^2} = 895.6 \Omega$$

Η ενεργή τιμή του ρεύματος θα είναι:

$$\begin{cases} I_{\text{Εν}} = \frac{V_{\text{Εν}}}{Z} \\ V_{\text{Εν}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ V_0 = 311 \text{ V} \\ Z = 895.6 \ \Omega \end{cases} \iff I_{\text{Εν}} = 0.245 \text{ A}$$

2. Το διάγραμμα των περιστρεφόμενων διανυσμάτων είναι:



Το είδος της συμπεριφοράς χαρακτηρίζεται από:

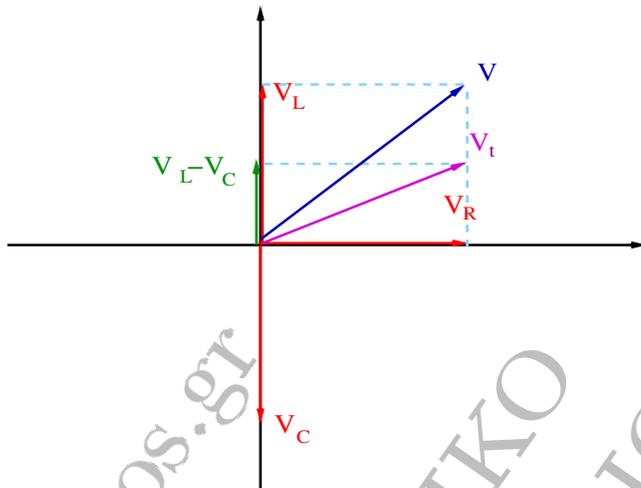
$$\begin{cases} V_L - V_C > 0 & \text{επαγωγική} \\ V_L - V_C = 0 & \text{ωμική} \\ V_L - V_C < 0 & \text{χωρητική} \end{cases}$$

Στην περίπτωση μας:

$$\begin{cases} V_L = IL\omega \\ V_C = I\frac{1}{C\omega} \end{cases} \iff V_L - V_C = I(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = I(360 - 1250) < 0$$

Επομένως η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική.

3. Το βολτόμετρο μετρά την ενεργό τάση ανάμεσα στα ac , δηλαδή την τάση V του διαγράμματος.



$$\left[\begin{array}{l} V = \sqrt{V_L^2 + V_R^2} \\ V_L = I_{\text{εν}} L \omega \\ V_R = I_{\text{εν}} R \end{array} \right] \iff V = I_{\text{εν}} \sqrt{(0.9 \cdot 400)^2 + 100^2} = 91.74 \text{ V}$$

4. Η ισχύς της πηγής καταναλώνεται μόνο στην αντίσταση, επομένως η μέση ισχύς της οηγής θα είναι:

$$\bar{P} = I_{\text{εν}}^2 R = 6 \text{ ; W} \quad (1)$$

Η στιγμιαία ισχύς θα είναι:

$$\left[\begin{array}{l} P = VI \\ I = I_0 \cos(\omega t) \\ I_0 = I_{\text{εν}} \sqrt{2} \\ V = V_0 \cos(\omega t - \phi) \\ V_0 = 311 \text{ V} \\ \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{100}{895.6} \iff \phi 83.6^\circ = 1.46 \text{ r} \end{array} \right] \iff P = 108 \cos(400t) \cos(400t - 1.46) \text{ W}$$

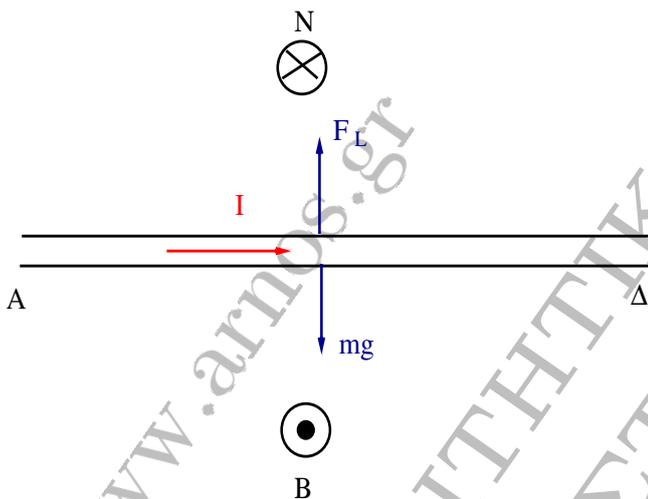
Θέμα 4ο

Ευθύγραμμος αγωγός μάζας $m = 20 \text{ g}$ και μήκους 0.5 m παράλληλος προς το έδαφος διαρρέεται από ρεύμα

έντασης $2'$; Α σε κατεύθυνση από Ανατολή προς Δύση. Βρείτε διεύθυνση, φορά και μέτρο ομογενούς μαγνητικού πεδίου ώστε ο αγωγός να αιωρείται. Κάντε σχέδιο. θεωρείστε το $g = 10 \text{ m/s}^2$ (μον.1)

ΛΥΣΗ :

Για να αιωρείται ο αγωγός θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται να είναι μηδενική. Εδώ δέχεται δύο δυνάμεις. Μια το βάρος του και μια την ηλεκτρομαγνητική δύναμη Laplace.

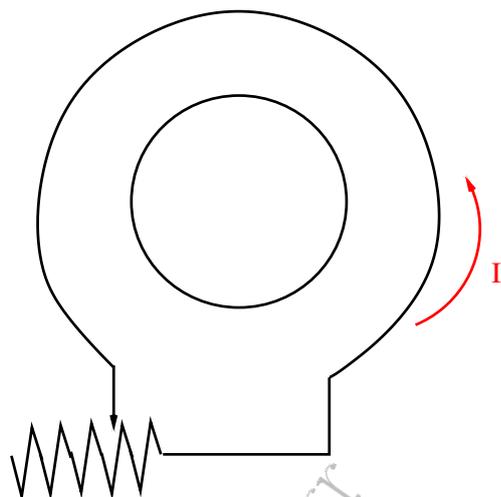


Οι δυνάμεις είναι όπως στο σχήμα. Από τη φορά της δύναμης Laplace και τον κανόνα του δεξιού χεριού θα έχουμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα είναι στη διεύθυνση Βορράς - Νότος με κατεύθυνση προς το Νότο. Το μέτρο του θα είναι

$$\left[\begin{array}{l} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{F} = mg = F_L \\ F_L = BI l \\ l = 0.5 \text{ m} \\ m = 0.02 \text{ kg} \end{array} \right] \Leftrightarrow B = \frac{mg}{Il} = 0.2 \text{ T}$$

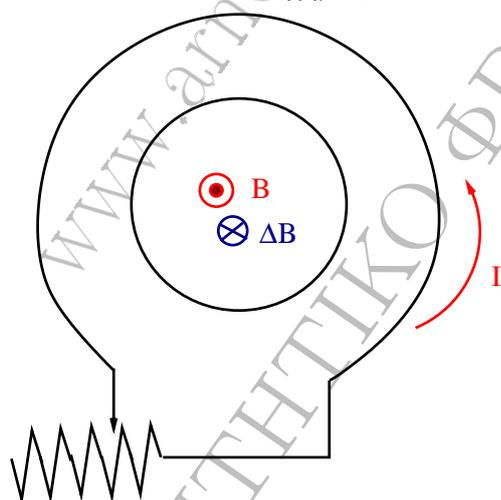
Θέμα 5ο

Αν η αντίσταση στο κύκλωμα του σχήματος αρχίσει να ελαττώνεται ποια η φορά του επαγόμενου ρεύματος στο μικρό κυκλικό βρόχο που βρίσκεται στο εσωτερικό του μεγάλου; Εξηγήστε (μον.1)



ΛΥΣΗ :

Το ρεύμα παράγει ένα μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του μεγάλου κυκλικού αγωγού. Το μαγνητικό αυτό πεδίο είναι όπως στο σχήμα (κανόνας δεξιού χεριού).



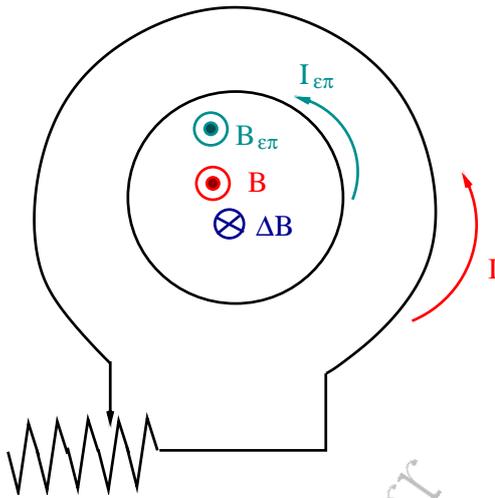
Καθώς η αντίσταση αυξάνει η τιμή της έντασης του ρεύματος θα μειώνεται και επομένως θα μειώνεται και η ένταση του παραγόμενου μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του μεγάλου κυκλικού αγωγού.

Η μαγνητική ροή που διαπερνά τον μικρό αγωγό είναι

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Η μείωση του ρεύματος οδηγεί σε μείωση της μαγνητικής ροής που διαπερνά τον μικρό αγωγό. Από τον νόμο του Faraday, θα δημιουργηθεί στο μικρό αγωγό ΗΕΔ από επαγωγή. Από τον κανόνα του Lenz το επαγόμενο ρεύμα θα έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί στο εσωτερικό του αγωγού μαγνητικό πεδίο τέτοιας φοράς ώστε η ροή του να αντισταθμίσει την μείωση της εξωτερικής μαγνητικής ροής.

Επομένως από τον κανόνα του δεξιού χεριού το ρεύμα θα έχει τη φορά του σχήματος.


Θέμα 6ο

Χρειαζόμαστε να κατασκευάσουμε ηλεκτρικό πεδίο $8 \times 10^5 \text{ V/m}$ ανάμεσα σε παράλληλες πλάκες εμβαδού 45 cm^2 η κάθε μια που τις χωρίζει στρώμα αέρα 1.45 mm . Πόσο φορτίο πρέπει να βάλουμε στην κάθε πλάκα και ποια η χωρητικότητα σε nF του πυκνωτή που σχηματίζεται; (μον.1)

ΛΥΣΗ :

Η χωρητικότητα του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$\left[\begin{array}{l} C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{l} \\ \epsilon = 1 \text{ αέρας} \\ \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ S = 45 \text{ cm}^2 = 45 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ l = 2.45 \text{ mm} = 2.45 \times 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right] \iff C = 16.25 \times 10^{-12} \text{ F} = 16.25 \times 10^{-3} \text{ nF}$$

Το ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τη σχέση:

$$\left[\begin{array}{l} E = \frac{V}{l} \\ E = 8 \times 10^5 \text{ V/m} \\ l = 2.45 \text{ mm} = 2.45 \times 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right] \iff V = El = 1960 \text{ V}$$

Από τον ορισμό της χωρητικότητας θα έχουμε ότι:

$$\left[\begin{array}{l} C = \frac{Q}{V} \\ C = 16.25 \times 10^{-12} \text{ F} \\ V = 1960 \text{ V} \end{array} \right] \iff Q = CV = 31.800 \text{ nC}$$

www.arnos.gr

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

www.arnos.gr